

## 1. Összegzés

**Feladat:** Adott egy  $f:[m..n] \rightarrow H$  függvény. A  $H$  halmaz elemein értelmezett egy asszociatív, baloldali nulla elemmel rendelkező művelet (nevezzük ezt összeadásnak és jelölje a +). Határozzuk meg a függvény intervallumon felvett értékeinek összegét!

**Specifikáció:**

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, s:H)$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n')$$

$$Uf = (Ef \wedge s = \sum_{i=m}^n f(i))$$

**Algoritmus:**

|                 |                |
|-----------------|----------------|
| $s := 0$        |                |
| $i = m .. n$    | $i:\mathbb{Z}$ |
| $s := s + f(i)$ |                |

## 2. Számlálás

**Feladat:** Adott egy  $\beta:[m..n] \rightarrow \mathbb{L}$  feltétel. Határozzuk meg, hogy hányszor teljesül az intervallumon a feltétel, azaz hányszor veszi fel az igaz értéket!

**Specifikáció:**

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, c:\mathbb{N})$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n')$$

$$Uf = (Ef \wedge c = \sum_{i=m}^n 1)$$

**Algoritmus:**

|              |                |
|--------------|----------------|
| $c := 0$     |                |
| $i = m .. n$ | $i:\mathbb{Z}$ |
| $\beta(i)$   |                |
| $c := c + 1$ | —              |

## 3. Maximum kiválasztás

**Feladat:** Adott egy  $f:[m..n] \rightarrow H$  függvény. A  $H$  halmaz elemein értelmezett egy teljes rendezési reláció. Határozzuk meg, melyik a függvény legnagyobb értéke és adjuk meg az egyik olyan intervallumbeli elemet, ahol a függvény ezt az értéket felveszi!

**Specifikáció:**

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, max:H, ind:\mathbb{Z})$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n' \wedge m \leq n')$$

$$Uf = (Ef \wedge ind \in [m..n] \wedge max = f(ind) \wedge \forall i \in [m..n]: max \geq f(i))$$

$$Uf = (Ef \wedge max, ind = \mathbf{MAX}_{i=m}^n f(i))$$

**Algoritmus:**

|                       |                |
|-----------------------|----------------|
| $max, ind := f(m), m$ |                |
| $i = m+1 .. n$        | $i:\mathbb{Z}$ |
| $max < f(i)$          |                |
| $max, ind := f(i), i$ | —              |

#### 4. Kiválasztás (szekvenciális vagy lineáris kiválasztás)

**Feladat:** Adott egy  $\beta: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L}$  feltétel és egy  $m$  egész szám. A feltétel az  $m$ -nél nagyobb vagy egyenlő egész számokra van értelmezve, legalábbis az első olyan egész számig, ahol a feltétel igaz értéket vesz fel (teljesül). Ilyen egész szám biztosan van. Határozzuk meg az  $m$ -nél nagyobb vagy egyenlő legelső olyan egész számot, amelyre a feltétel teljesül!

**Specifikáció:**

$$\begin{aligned} A &= (m: \mathbb{Z}, i: \mathbb{Z}) \\ Ef &= (m = m' \wedge \exists k \geq m: \beta(k)) \\ Uf &= (Ef \wedge i \geq m \wedge \beta(i) \wedge \\ &\quad \forall k \in [m..i-1]: \neg \beta(k)) \\ Uf &= (Ef \wedge i = \underset{i \geq m}{\text{select}} \beta(i)) \end{aligned}$$

**Algoritmus:**

|                 |
|-----------------|
| $i := m$        |
| $\neg \beta(i)$ |
| $i := i + 1$    |

#### 5. Keresés (szekvenciális vagy lineáris keresés)

**Feladat:** Adott egy  $\beta: [m..n] \rightarrow \mathbb{L}$  feltétel. Határozzuk meg az intervallum első olyan elemét, amelyre teljesül a feltétel!

(5/1. **Pesszimista eldöntés.** **Feladat:** Van-e olyan eleme az intervallumnak, amelyre teljesül a feltétel? –Ilyenkor mind a specifikációból, mind a programból elhagyhatjuk az  $ind$  változót és az azzal kapcsolatos részeket.)

**Specifikáció:**

$$\begin{aligned} A &= (m: \mathbb{Z}, n: \mathbb{Z}, l: \mathbb{L}, ind: \mathbb{Z}) \\ Ef &= (m = m' \wedge n = n') \\ Uf &= (Ef \wedge (l = \exists i \in [m..n]: \beta(i)) \wedge \\ &\quad (l \rightarrow ind \in [m..n] \wedge \beta(ind) \\ &\quad \wedge \forall i \in [m..ind-1]: \neg \beta(i))) \\ Uf &= (Ef \wedge l, ind = \underset{i=m}{\text{search}} \beta(i)) \end{aligned}$$

**Algoritmus:**

|                           |                 |
|---------------------------|-----------------|
| $l, i := \text{hamis}, m$ | $i: \mathbb{Z}$ |
| $\neg l \wedge i \leq n$  |                 |
| $l, ind := \beta(i), i$   |                 |
| $i := i + 1$              |                 |

#### 5/2. Optimista eldöntés

**Feladat:** Igaz-e, hogy az intervallumnak minden elemére teljesül a feltétel?

**Specifikáció:**

$$\begin{aligned} A &= (m: \mathbb{Z}, n: \mathbb{Z}, l: \mathbb{L}) \\ Ef &= (m = m' \wedge n = n') \\ Uf &= (Ef \wedge (l = \forall i \in [m..n]: \beta(i))) \\ Uf &= (Ef \wedge l = \underset{i=m}{\text{search}} \beta(i)) \end{aligned}$$

**Algoritmus:**

|                          |                 |
|--------------------------|-----------------|
| $l, i := \text{igaz}, m$ | $i: \mathbb{Z}$ |
| $l \wedge i \leq n$      |                 |
| $l := \beta(i)$          |                 |
| $i := i + 1$             |                 |

## 6. Feltételes maximumkeresés

**Feladat:** Adott egy  $f:[m..n] \rightarrow H$  függvény és egy  $\beta:[m..n] \rightarrow \mathbb{L}$  feltétel. A  $H$  halmaz elemein értelmezett egy teljes rendezési reláció. Határozzuk meg, melyik a függvény legnagyobb értéke azok között, amelyeket olyan intervallumbeli elemhez rendel, amelyek kielégítik a feltételt! Adjuk meg az egyik olyan intervallumbeli elemet, amelyre a feltétel teljesül és ahol a függvény ezt a maximális értéket felveszi!

**Specifikáció:**

$$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, l:\mathbb{L}, ind:\mathbb{Z}, max:H)$$

$$Ef = (m=m' \wedge n=n')$$

$$Uf = (Ef \wedge (l = \exists i \in [m..n]: \beta(i)) \wedge (l \rightarrow ind \in [m..n] \wedge max = f(ind) \wedge \beta(ind) \wedge (\forall i \in [m..n]: \beta(i) \rightarrow max \geq f(i))))$$

$$Uf = (Ef \wedge (l, max, ind) = \underset{\substack{i=m \\ \beta(i)}}{\overset{n}{MAX}} f(i))$$

**Algoritmus:**

|                 |                       |                                |  |
|-----------------|-----------------------|--------------------------------|--|
| $l := hamis$    |                       |                                |  |
| $i = m .. n$    |                       |                                |  |
| $\neg \beta(i)$ | $l \wedge \beta(i)$   | $\neg l \wedge \beta(i)$       |  |
| SKIP            | $max < f(i)$          | $l, max, ind := igaz, f(i), i$ |  |
|                 | $max, ind := f(i), i$ | SKIP                           |  |

**Megjegyzés:** A fenti programozási tételek rugalmasságát mutatják az alábbiak.

- Az indexet megadó eredményváltozó elhagyható, ha nincs rá szükség
  - maximum kereséseknél, lineáris keresésnél (eldöntés)
- Minimum keresés
  - Az algoritmus szempontjából mindegy, hogy a „ $\geq$ ” vagy a „ $\leq$ ” relációt használja. (Specifikációban: MAX helyett MIN)
- Legutolsó elem keresése
  - Maximum kereséseknél:  $max < f(i)$  helyett  $max \leq f(i)$  feltétel
  - Lineáris keresésnél, kiválasztásnál:  $i := i-1$  ( $--i$ )