

PROGRAMOZÁS

Intervallumos programozási tételek

Gregorics Tibor

<http://people.inf.elte.hu/gt/prog>

Összegzés

$f:[m..n] \rightarrow H$

$+: H \times H \rightarrow H$ asszociatív, baloldali nulla elemes művelet
Mennyi az f által felvett értékek összege?

$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, s:H)$
 $Ef = (m = m' \wedge n = n')$

$Uf = (Ef \wedge s = \sum_{i=m}^n f(i))$

```
s = 0;
for (int i=m; i<=n; ++i) {
    s = s + f(i);
}
```

$s := 0$

$i = m .. n$

$s := s + f(i)$

Érvényes tesztesetek:

- intervallum-teszt (hossz, eleje-vége, túlindexelés)
- művelet kritikus értékkel
- terheléses teszt

Számlálás

$\beta:[m..n] \rightarrow \mathbb{L}$

Hányszor vesz fel igaz értéket a β ?

$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, c:\mathbb{N})$
 $Ef = (m = m' \wedge n = n')$

$Uf = (Ef \wedge c = \sum_{i=m}^n 1)$
 $\beta(i)$

```
c = 0;
for (int i=m; i<=n; ++i) {
    if (beta(i)) ++c;
}
```

$c := 0$

$i = m .. n$

$\beta(i)$

$c := c + 1$

Érvényes tesztesetek:

- intervallum-teszt
- eredmény: 0, 1, több

Maximum kiválasztás

$f:[m..n] \rightarrow H$, ahol az $[m..n]$ intervallum nem üres
 H halmaz elemei teljesen rendezhetők

Hol veszi fel az f a maximumát és mennyi ez?

$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, ind:\mathbb{Z}, max:H)$
 $Ef = (m = m' \wedge n = n' \wedge m \leq n)$

$Uf = (Ef \wedge (max, ind) = \text{MAX}_{i=m}^n f(i))$

```
max = f(m); ind = m;
for (int i=m+1; i<=n; ++i) {
    if (f(i) > max) {
        max = f(i); ind = i;
    }
}
```

$max, ind := f(m), m$

$i = m + 1 .. n$

$f(i) > max$

$max, ind := f(i), i$

$max = f(ind) = \text{MAX}_{i=m}^n f(i) \wedge ind \in [m..n]$

Érvényes tesztesetek:

- intervallum-teszt
- egy vagy több maximum

Kiválasztás

$m \in \mathbb{Z}$

$\beta:\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L}$ az m -től jobbra értelmezett feltétel, amely biztosan ad valahol igaz értéket is.

Adjuk meg az első olyan egész számot m -től jobbra, amelyre a β igazat ad!

$i \geq m \wedge \beta(i) \wedge \forall k \in [m..i-1]: \neg \beta(k)$

$A = (m:\mathbb{Z}, i:\mathbb{Z})$

$Ef = (m = m' \wedge \exists k \geq m: \beta(k))$

$Uf = (Ef \wedge i = \text{SELECT}_{i \geq m} \beta(i))$

$i := m$

$\neg \beta(i)$

$i := i + 1$

Érvényes tesztesetek:

- indulási pont tesztje
- egy vagy több adott tulajdonságú elem

```
int i;
for (i=m; !beta(i); ++i);
```

Lineáris keresés

Keressük $[m..n]$ -ben az első olyan számot, amelyre a $\beta:[m..n] \rightarrow \mathbb{L}$ igazat ad!

$A = (m:\mathbb{Z}, n:\mathbb{Z}, l:\mathbb{L}, ind:\mathbb{Z})$
 $Ef = (m = m' \wedge n = n' \wedge (l = \exists i \in [m..n]: \beta(i)) \wedge (l \rightarrow ind \in [m..n] \wedge \beta(ind) \wedge \forall i \in [m..ind-1]: \neg \beta(i)))$

$Uf = (Ef \wedge (l, ind) = \text{SEARCH}_{i=m} \beta(i))$

```
l = false;
for (int i=m; !l && i<=n; ++i) {
    l = beta(i);
    ind = i;
}
```

$l, i := \text{hamis}, m$

$\neg l \wedge i \leq n$

$l := \beta(i)$

$ind := i$

$i := i + 1$

Érvényes tesztesetek:

- intervallum-teszt
- egy se, egy vagy több adott tulajdonságú elem

Feltételes maximum keresés

H halmaz elemei teljesen rendezhetők.

Hol veszi fel az $f: [m..n] \rightarrow H$ a maximumát azon elemek közül, amelyekre a $\beta: [m..n] \rightarrow \mathbb{L}$ igazat ad, és mennyi ez?

$A = (m: \mathbb{Z}, n: \mathbb{Z}, l: \mathbb{L}, ind: \mathbb{Z}, max: H)$
 $Ef = (m = m' \wedge n = n' \wedge \bigwedge_{i=m}^n \beta(i))$
 $Uf = (Ef \wedge (l, max, ind) = \text{MAX}_{i=m}^n f(i))$

Érv. tesztesetek:

- intervallum-teszt
- egy se, egy vagy több adott tulajdonságú elem
- egy vagy több adott tulajdonságú maximum

$(l = \exists k \in [m..n]: \beta(k)) \wedge$
 $(l \rightarrow ind \in [m..n] \wedge \beta(ind) \wedge max = f(ind) \wedge$
 $(\forall i \in [m..n]: \beta(i) \rightarrow max \geq f(i)))$

Feltételes maximum keresés

$l := \text{hamis}$

$i = m .. n$

$\neg \beta(i)$	$\beta(i) \wedge l$	$\beta(i) \wedge \neg l$
-	$f(i) > max$	$l, max, ind := igaz, f(i), i$
	$max, ind := f(i), i$	-

```

l = false;
for(int i=m; i<=n; ++i){
    if (!beta(i));
    else if (beta(i) && l){
        if (f(i) > max){
            max = f(i); ind = i;
        }
    } else if (beta(i) && !l){
        l = true;
        max = f(i); ind = i;
    }
}

```

```

l = false;
for(int i=m; i<=n; ++i){
    if (!beta(i)) continue;
    if (l){
        if (f(i) > max){
            max = f(i); ind = i;
        }
    } else {
        l = true;
        max = f(i); ind = i;
    }
}

```

Programozási tételek rugalmassága

- Az indexet megadó eredményváltozó elhagyható
 - maximum kereséseknél, lineáris keresésnél (eldöntés)
- Minimum keresés
 - Az algoritmus szempontjából mindegy, hogy a „ $\geq$ ” vagy a „ $\leq$ ” relációt használja. (Specifikációban: MAX helyett MIN)
- Legutolsó elem keresése
 - Maximum keresések: $max < f(i)$ helyett $max \leq f(i)$ feltétel
 - Lineáris keresés, kiválasztás: $i := i-1$ ($\neg i$)
- Optimista lineáris keresés
 - Az $l = \exists i \in [m..n]: \beta(i)$ helyett (amit a „pesszimista” lineáris keresés old meg) az $l = \forall i \in [m..n]: \beta(i)$ feladatot oldja meg.
 - $l, ind = \forall \text{SEARCH}_{i=m..n} \beta(i)$