

Analízis1ABC, 3. gyakorló feladatsor a 2. zárthelyi dolgozatra , 2012.05.01.

1. Számítsa ki a következő határértékeket :

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)^n$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{2^n + 3^{n+1}}{n^2 - 3n + 7^n}}$; c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$.

2. Adott az $x_1 := 1$ és $x_{n+1} := \frac{1}{3} \cdot \left(2x_n^2 + \frac{3}{x_n}\right)$ ($n \in \mathbb{N}$) sorozat. Konvergens-e és ha igen, mi a határértéke?

3. Konvergens-e a következő sor és ha igen adja meg a sor összegét : $\sum_{n=1} \frac{3n^2 + 3n + 1}{n^3 \cdot (n+1)^3}$.

4. Döntse el, hogy a következő sor konvergens vagy divergens (válaszát indokolja) : $\sum_{n=1} \frac{((n+2)!)^3}{(2n)! \cdot (n-1)!}$;

5. A $\sum_{n=1} \frac{1}{n}$ harmonikus sorból hagyjuk el az összes olyan tagot, amelynek a nevezőjében van páros számjegy (ha a tízes számrendszerbeli alakjában, bármelyik jegy páros). Bizonyítsuk be, hogy az így kapott sor konvergens, és adjunk felső becslést a sor összegére.

6. Milyen $x \in \mathbb{R}$ valós szám esetén konvergens az alábbi sor : $\sum_{n=1} \frac{(-1)^n \cdot 3^{n+1}}{2n+1} \cdot \frac{1}{(x^2 + x + 1)^n}$?