

Analízis1ABC, 1. gyakorló feladatsor a 2. zárthelyi dolgozatra , 2012.05.01.

1. Számítsa ki a következő határértékeket :

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n + 3} \right)^{n^2 + n}$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2 + x^n}$, ahol $x \geq -1$ paraméter;

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{(\sqrt{2} - \sqrt{1}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{3}) \cdots (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}$.

2. Adott az $x_0 := 0$ és $x_{n+1} := \frac{2 + x_n^3}{3}$; ($n \in \mathbb{N}$) sorozat. Konvergens-e a sorozat és ha igen, mi a határértéke?

3. Konvergens-e az alábbi sor és ha igen adja meg a sor összegét :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)!}.$$

4. Döntse el, hogy az alábbi sorok konvergens-e vagy divergens-e (válaszát indokolja) :

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 7}{(n+1)^2 \cdot (1 + \sqrt{n})}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 1) \cdot 5^{n-1}}{(2n+1)!}$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+2}{n^2 + n}$.

5. Adjon meg olyan $R > 0$ valós számot és (a_n) sorozatot, amelyekkel :

$$\frac{x}{1+x-6x^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \cdot x^n, \quad (|x| < R).$$