

Véges determinisztikus automaták

Formális nyelvek, 9. gyakorlat

Célja: A véges determinisztikus és nem-determinisztikus automaták (VDA, VNDA) fogalmának gyakorlása és használatuk gyakorlati feladatok megoldására

Fogalmak: VDA, VNDA, automaták megadási módjai, 3. normálforma, automata-kör, összefüggő automata, mintafelismerés, szótár, lexikális analízis

Feladatok jellege: Példák automatákra, különböző megadási módokon. Konkrét 3. típusú nyelvtanból indulva normálformára hozás, átírás VNDA-vá, átírás VDA-vá (összefüggő rész). KMP automata egy konkrét mintára. Véges nyelvhez lehetőleg kis állapotszámú automata. Automata az azonosítókhoz, valós számokhoz, az alapszimbólumok összességéhez.

2008/09 I. félév

Házi feladatok megoldása

1.a. feladat

$aaabcc \stackrel{?}{\in} L(G)$,

G szabályai: $S \rightarrow AB \mid BC, A \rightarrow XA \mid a, X \rightarrow a, C \rightarrow YC \mid c, Y \rightarrow c, B \rightarrow UV \mid VW, U \rightarrow XX, W \rightarrow YY, V \rightarrow ZZ, Z \rightarrow b$.

Megoldás:

			\emptyset		
		\emptyset		\emptyset	
		\emptyset	\emptyset		\emptyset
	$\{A\}$		\emptyset	\emptyset	\emptyset
	$\{A, U\}$	$\{A, U\}$	\emptyset	\emptyset	$\{C, W\}$
$\{A, X\}$	$\{A, X\}$	$\{A, X\}$	$\{Z\}$	$\{Y, C\}$	$\{Y, C\}$
a	a	a	b	c	c

Mivel $S \notin H_{1,6}$, ezért $aaabcc \notin L(G)$

Házi feladatok megoldása

1.b. feladat

$abbccc \stackrel{?}{\in} L(G)$,

G szabályai: $S \rightarrow AB \mid BC, A \rightarrow XA \mid a, X \rightarrow a, C \rightarrow YC \mid c, Y \rightarrow c, B \rightarrow UV \mid VW, U \rightarrow XX, W \rightarrow YY, V \rightarrow ZZ, Z \rightarrow b$.

Megoldás:

			\emptyset		
		$\{S\}$		$\{S\}$	
		\emptyset	$\{B\}$		\emptyset
	\emptyset	\emptyset	\emptyset		$\{C\}$
	\emptyset	$\{V\}$	\emptyset	$\{C, W\}$	$\{C, W\}$
$\{A, X\}$	$\{Z\}$	$\{Z\}$	$\{Y, C\}$	$\{Y, C\}$	$\{Y, C\}$
a	b	b	c	c	c

Mivel $S \notin H_{1,6}$, ezért $abbccc \notin L(G)$

Házi feladatok megoldása

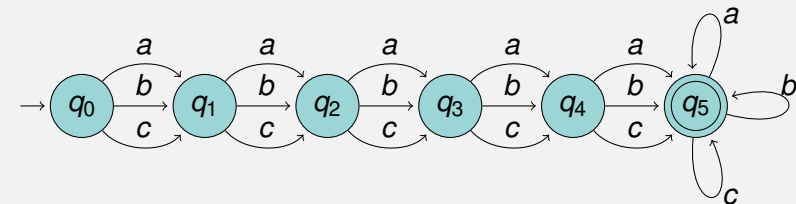
2. feladat

Adjunk VDA-t mely a legalább 5 hosszú szavakat fogadja el!

Megoldás:

$T = \{a, b, c\}, Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$

$A = \langle Q, T, \delta, q_0, \{q_5\} \rangle$



Házi feladatok megoldása

3. feladat

Adjunk VDA-t mely a 7-tel osztható számokat fogadja el!

Megoldás:

$$T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}.$$

$$\mathcal{A} = \langle Q, T, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_0	q_1	q_2
q_1	q_3	q_4	q_5	q_6	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
q_2	q_6	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_0	q_1
q_3	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_4	q_5	q_6	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_0
q_5	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_0	q_1	q_2	q_3
q_6	q_4	q_5	q_6	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

Feladatok

Feladatok:

$$L_1 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \ell(u) = 5\}$$

$$L_2 = \{a, ab, abb, c, cb, cab\}$$

$$L_3 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \ell_a(u) = 2 \wedge \ell_b(u) \leq 3\}$$

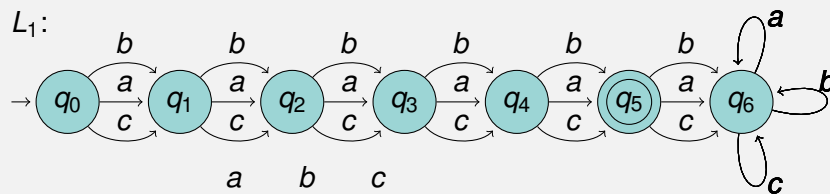
$$L_4 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \text{két } b \text{ között (mely között nincs további } b \text{) legfeljebb három } a \text{ lehet}\}$$

$$L_5 = \{u \in \{0, 1, 2, 3\}^* \mid u \text{ (mint 4-es számrendszerbeli szám) 3-mal osztva 1 maradékot ad}\}$$

Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

Megoldások

Megoldások:



L_2 :

	a	b	c
$\rightarrow q_\epsilon$	q_a	q_{zs}	q_c
$\leftarrow q_a$	q_{zs}	q_{ab}	q_{zs}
$\leftarrow q_c$	q_{ca}	q_{cb}	q_{zs}
$\leftarrow q_{ab}$	q_{zs}	q_{abb}	q_{zs}
q_{ca}	q_{zs}	q_{cab}	q_{zs}
$\leftarrow q_{cb}$	q_{zs}	q_{zs}	q_{zs}
$\leftarrow q_{abb}$	q_{zs}	q_{zs}	q_{zs}
$\leftarrow q_{cab}$	q_{zs}	q_{zs}	q_{zs}
q_{zs}	q_{zs}	q_{zs}	q_{zs}

Általában egy L véges nyelv esetén $\mathcal{A} = \langle Q, T, \delta, q_\epsilon, F \rangle$ legyen a következő:

$$Q = \{q_u \mid u \in \text{Pre}(L)\} \cup \{q_{zs}\},$$

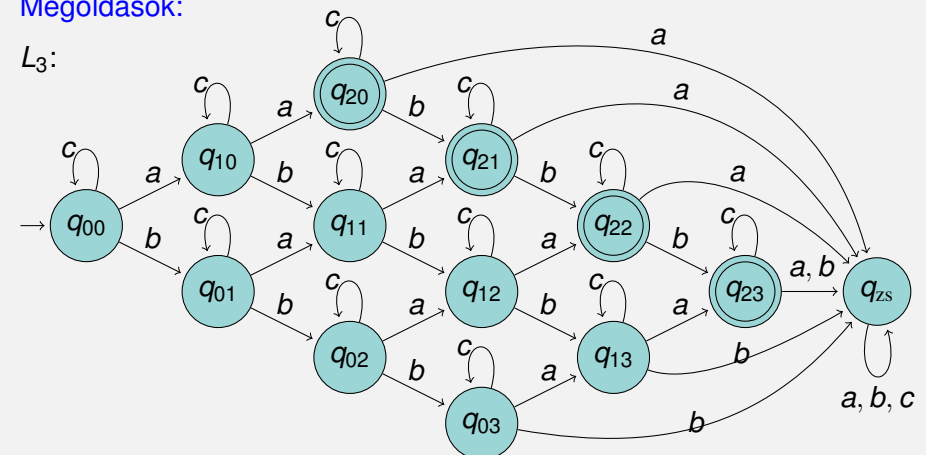
$$T = T(L), \quad F = \{q_u \mid u \in L\} \text{ és}$$

$$\delta(q_u, t) = \begin{cases} q_{ut} & ut \in \text{Pre}(L) \\ q_{zs} & ut \notin \text{Pre}(L) \end{cases}$$

Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

Megoldások

Megoldások:

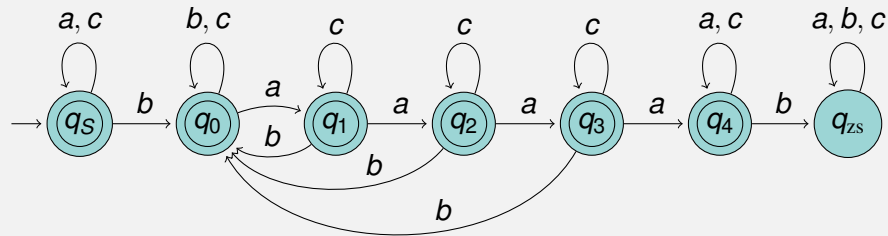


Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

Megoldások

Megoldások:

L_4 :



L_5 :

	0	1	2	3
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1	q_2	q_0
$\leftarrow q_1$	q_1	q_2	q_0	q_1
q_2	q_2	q_0	q_1	q_2

Adott nyelvhez VDA konstruálása/2.

Feladatok

Feladatok:

$$L_6 = \{u \in \{0, 1, \dots, r-1\}^* \mid u \text{ (mint } r\text{-es számrendszerbeli szám) } p\text{-vel osztva } k \text{ maradékot ad}\}$$

$$L_7 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \ell_a(u) \text{ páros, } \ell_b(u) \text{ 3-mal osztva } 1 \text{ maradékot ad, } \ell_c(u) \leq 2\}$$

$$L_8 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid ab, bc, ca \text{ nem részszoja } u\text{-nak}\}$$

$$L_9 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid aa, bb \text{ nem részszoja, } cc \text{ részszoja } u\text{-nak}\}$$

$$L_{10} = \{a, b, c\}^* ababb \{a, b, c\}^*$$

Adott nyelvhez VDA konstruálása/2.

Megoldások

Megoldások:

L_6 :

$$\mathcal{A} = \langle \{q_i; 0 \leq i \leq p-1\}, \{0, 1, \dots, r-1\}, \delta, q_0, \{q_k\} \rangle$$

$$\delta(q_i, j) := q_{ri+j \pmod{p}} \quad \forall 0 \leq i \leq p-1, 0 \leq j \leq r-1$$

Illetve, ha **nem fogadhatunk el 0-val kezdődő szavakat** (kivéve magát a 0 szót), legyen továbbá

$$\delta(q_s, j) := q_j \pmod{p} \quad \forall 1 \leq j \leq r-1,$$

$$\delta(q_s, 0) := q_N,$$

$$\delta(q_N, j) := q_{zs} \quad \forall 0 \leq j \leq r-1,$$

$$\delta(q_{zs}, j) := q_{zs} \quad \forall 0 \leq j \leq r-1,$$

ahol itt most q_s a kezdőállapot, q_N és q_{zs} további állapotok, és $q_N := \in F$, ha $k=0$.

Adott nyelvhez VDA konstruálása/2.

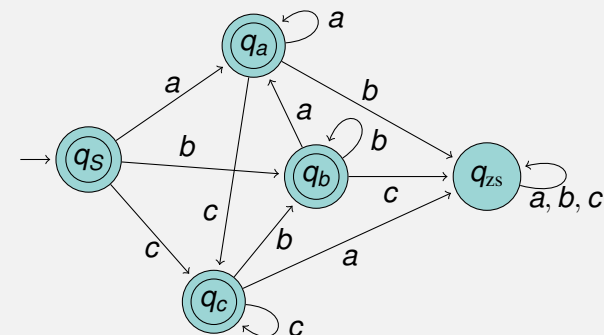
Megoldások

Megoldások:

$$L_7: \mathcal{A} = \langle \{q_{xyz}; x \in \{0, 1\}, y \in \{0, 1, 2\}, z \in \{0, 1, 2, 3\}\}, \{a, b, c\}, \delta, q_{000}, \{q_{010}, q_{011}, q_{012}\} \rangle$$

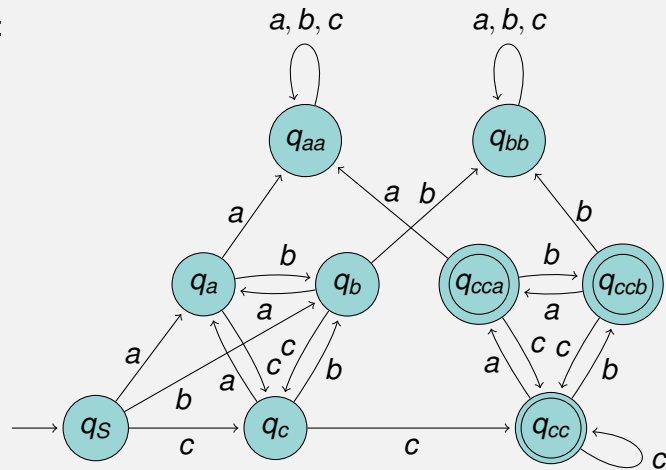
$$\delta(q_{xyz}, a) = q_{(x+1)yz}, \quad \delta(q_{xyz}, c) = \begin{cases} q_{xy(z+1)} & z \neq 3, \\ q_{xy3} & z = 3. \end{cases}$$

L_8 :



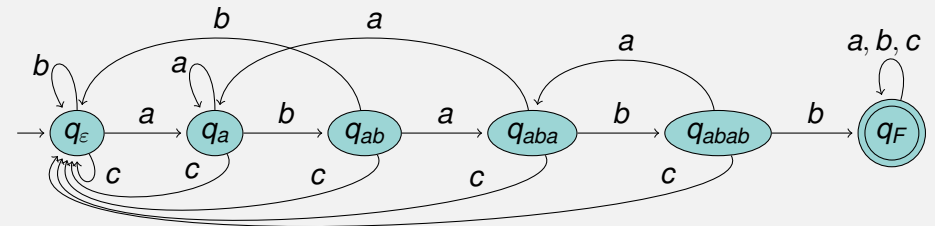
Megoldások:

L_9 :



Megoldások:

L_{10} : KMP (Knuth-Morris-Pratt) automata



Általában: Legyen w a felismerendő minta, az állapotok halmaza legyen $\{q_u \mid u \in \text{Pre}(w)\}$, a kezdőállapot q_ϵ , az egyetlen elfogadó állapot q_w . Egy tetszőleges $t \in T$ betűre pedig $\delta(q_u, t)$ legyen q_v , ahol v a $\text{Suf}(ut) \cap \text{Pre}(w)$ halmaz leghosszabb szava.

Házi feladat

1. Melyik nyelvet fogadja el a következő automata?

	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2	q_3
q_1	q_4	q_2	q_4
q_2	q_0	q_4	q_3
$\leftarrow q_3$	q_4	q_3	q_4
q_4	q_4	q_4	q_4

2. Készítsünk KMP automatát a következő mintához!
babbcabc ($T = \{a, b, c\}$)