# Gyakorlunk

## Gráfok

### Legyen páratlan pozitív egész, és legyen gy pontú gráf, amely izomorf a komplementerével. -vel. Mutassuk meg, hogy -ben fokú pont.

 (egy csúcs a gráfban)

 fokú

 fokú a komplementerben

Mivel a két gráf izomorf, semmilyen tulajdonságuk nem különbözik egymástól.

 és csúcsai párba állíthatóak. De páratlan. Egy kilóg a sorból.

### Hányféleképpen húzhatunk be irányított élt címkézett pont közé, hogy pontosan egy élű (a) irányított kör (b) kör keletkezzen?

(a) Példa -re:



A megoldás

Első csúcsot valahol kiválasztom.

Minden csúcsnál eggyel csökken a lehetőségeim száma.

(b) Kétféle irányítást nézhetek.

Erre most hogyan jött rá?

### Igaz-e, hogy ha egy körének éleit töröljük, akkor, ha a maradék gráfnak Euler köre-nek is ∃.

Euler kör: Minden élen pontosan egyszer megy át.

A maradék nem feltétlen összefüggő. Ha nem összefüggő, akkor nincs benne Euler kör:



Töröljük -et, marad , ami Euler kör.

Tehát nem igaz.

### Igaz-e, hogy ha -ben van Euler kör és egy körét töröljük, akkor, a maradék gráfnak is ∃.

Ez sem igaz.



Az eredmény nem lesz összefüggő, ezért nem lesz benne Euler kör.

### ZH-ban lesz

1 Euler körös feladat

1 Izomorfiás+fokszámos, vagy Fák/fák leszámlálása

1 Létezik-e adott fokszám​sorozattal gráf?

## Csoportok

### Csoportot az elemek inverzei is generálják

Mert:

### Komplexusszorzás (összeadás)

a∈G rögzített elemre:

### Komplexus műveletek

### Mellékosztályok

Csoport részcsoportja

Kétfajta ekvrel

Jobb és bal oldali mellékosztályok

Felosztják a csoportot.

Bal/jobb oldali mellékosztály:

### Normálosztó

### Faktorcsoportok

Ezek a mellékosztályok csoportot adnak…

Ha normálosztó, akkor az mellékosztályok a komplexus műveletre csoportot alkotnak.

 az -nek -re vonatkozó faktorcsoportja.

###  faktorcsoport Mutassuk meg, hogy és izomorf.

 maradékosztály.

 többszörösei. Ez részcsoport -ben.

Zártság: …

Egységelem:

Asszociativitás: szorzás miatt

Inverz: inverze

Normálosztó-e?

(Ha Ábel-csoport, akkor minden részcsoport normálosztó.)

 Ábel-csoport normálosztó.

Csak egy oldali mellékosztályokat kell kiszámolni kommutativitás miatt:

Művelet most a .

""-ek csoportot alkotnak, az a faktorcsoport.

Vegyünk egy ilyen mellékosztályt:

Átírható:

Legyen leképezés: ez izomorfizmus.

Minden mellékosztály és maradékosztály között pontosan egy megfeleltetés lesz

### ZH-ban lesz:

1 ilyen struktúra, faktorcsoport

1 Mutasd meg, hogy adott struktúra csoport (eggyel lejjebb)

1 rendűség:

### Legyen csoport. Mutassuk meg, hogy minden csoportelem esetén:

Zárójelezhető: -eket állítsuk párba.

Múltkori tétel: Ha elem rendje , akkor

De ez csak akkor igaz, ha vagyis

Ha , akkor

### Legyen csoport. Legyen rögzített elem. Legyen új művelet: . Mutasd meg, hogy csoport!

 asszociativitás, kétszer zártság.

 egységeleme:

(Ezt nem értem, valószínűleg nem is jó.)

Asszociativitás:

Inverz:

(Vagy valami ilyesmi.)

###  és izomorfak-e?

𝕋: Egységnyi abszolút értékű komplex számok:

(ℤ,+)≤(ℝ,+)

De (ℝ,+) Ábel-csoport, minden részcsoportja normálosztó, (ℤ,+) is.

Egy oldali mellékosztályokat kell csak számolni.

r∈ℝ rögzített.

 (bal oldali mellékosztály)

(…) (…)



 ekkor

 (Tanár se tudja, jó jel.)

Mivel nem tudja megoldani, ilyen nem lesz ZH-ban.

# Továbbmegyünk

## Gyűrűk, Testek (Most akkor melyik?)

Olyan, mint a csoport, de két művelet.

 gyűrű, ha

1. +,\* binér műveletek?
2. Ábel csoport
3. félcsoport
4. Mindkét oldali disztributivitás

 a nullelem; fordítva is:

Sok előjelszabály, ebből 2:

Speciális eset nullából álló egyelemű gyűrű a nullgyűrű

Zérógyűrű:

 gyűrű, ugyanis:

 Ábel csoport, mert az; zárt és a szorzás asszociatív.

Disztributivitás: csoporttulajdonság miatt következik.

### Kommutatív gyűrű

, ha kommutatív.

Pl.:

### Egységelemes gyűrű

-nak egységeleme, azaz monoid.

Pl.:

### Általános disztributivitás tétele

Gyűrűben teljesül.

(Könyvből kéne kinézni, nekem nincs könyvem. "valami valami szorzatok összege.")

## Páros egész számok gyűrűt alkotnak.

 Ábel-csoport. ( megoldható)

 Félcsoport, -nak nincs inverze, asszociatív, zárt szorzásra

 kommutatív

Disztributív: disztributivitása miatt.

Tehát kommutatív gyűrű, de nem létezik egységeleme.

##  nem kommutatív gyűrűt adnak.

 vagy Uniót írt

Nem bizonyítjuk.

## Legyen struktúra, amelyben: csoport, monoid, Disztributivitás teljesül. Ez mégis gyűrű.

Mi hiányzik: Összeadás kommutativitása.

 ~~az összeadás egységeleme.~~

 (Typical…) Majd legközelebb megnézzük.

## Integritási tartomány

Nullosztómentes kommutatív gyűrű.

### Nullosztómentes gyűrű

Gyűrűben előfordulhat, hogy két nemnulla elem szorzata nulla.

 gyűrű

Ha , akkor és nullosztó pár.

 bal, jobb oldali nullosztó.

Ha és nullosztó pár nullosztómentes gyűrű.

Például ilyen.

Egy gyűrű nullosztómentes, ha félcsoport szorzással.

## Példák integritási tartományra

 egységelemes integritási tartomány.

## \_ regularitás

mivel csoport

Ha

úgyszintén

## Invertálható elem nem lehet nullosztó

Ha és invertálható elem nem lehet nullosztó.

 nem lehet nullosztó pár tagja.

## Számítsuk ki, mik a nullosztók a gyűrűben

: maradékosztályok

 nullosztó pár

{1..11}-en végigmegyünk (0 nem lehet, mert x,y≠0, 12 már nem lehet maradék, mert 0 lenne):

1 nem

2-nél 6 jó

3-nál 4 jó, 8 is jó

4nél 6 jó, 9 is jó

5 nem

6-nál 6 jó, 8 is jó, 10 is jó (?)

7 nem

8-nál 9 jó

9, 10, 11 nincs több

Tehát gyűrű

## Rendezett integritási tartomány

 rendezett halmaz

 integritási tartomány

 monoton:

x Pozitív / negatív⇔x>0 / x<0

Másik feltétel:

 integritási tartomány rendezett

## Mutassuk meg, hogy rendezett integritási tartomány

###  Ábel csoport

Zárt:

Egységelem: 0

Asszociativitás: teljesül

Inverz:

Innen folytatjuk.

## Polinomok

nem maradt rá idő

## Kódolás​elmélet

nem maradt rá idő

## ZH

80 perces lesz