## ZH szünet után

Április 12.

Másfél órás lesz.

3 gráfos, 3 csoportos feladat.

Két csoport izomorf-e vagy nem, bizonyítsd be.

Összefüggőség, fokszám,

## Jövő heti pótgyakorlat

Itt és ekkor? Nem, mert sokan messze lesznek.

Szünet utolsó napján, 10-én, kedden. du. 2-5. Terem előtt találkozunk.

# Csoportelmélet befejezése

Múltkori óra kiegészítések…

## Izomorfizmus

 izomorfak izomorfizmus, azaz izomorfizmus.

 homomorf (művelettartó leképezés)

injektív

szürjektív

### Következmény

 nem izomorf, ha izomorfizmus. homomorfizmus az vagy nem injektív vagy nem szürjektív.

### Elégséges feltétel nem szürjektivitásra

### Elégséges feltétel nem injektivitásra

Biztosan teljesül valamelyik feltétel, ha .

Vagy .

## Csoport és elem rendje

### Tetszőleges elem nulladik hatványa

 csoport.

Elhagyási tétel miatt

###  elem rendje

Legkisebb olyan pozitív…

### Példák

 generátora: Ez a csoport ciklikus. Akkor a generátor , ahol a generátor. . A generátor 1. (Ciklikus: Egy generátorból az összes előállítható.)

 Maradékosztályok modulo m összeadásra nézve.

 nem nulla elemei Ezek a szorzással modulo 5 mit fognak alkotni: Csoport. Egységelem, asszociativitás, zárt, inverz. Ciklikus a szorzás műveletével, negyedrendű, generátora 1 nem lehet, mindig 1. Generátora 2.

 szorzásra invertálható elemei mit alkotnak a szorzással (mod 9)? Szorzásra invertálhatóak: Szorzással csoportot alkotnak. Hatod​rendű, ciklikus, generátora: .

 és (m-edik komplex egységgyökök) izomorfak-e: … Követhetetlen. ( csoport, ugyanis . Asszociativitás rendben, zárt: , inverz: (?)) Izomorfia abból következik, hogy .

## Múlt órai feladat tizedrendű nem kommutatív csoport. Mutassuk meg, hogy:

### A) -ben nincs tizedrendű elem.

 ciklikus részcsoport nem lehet, mert elemű lenne.

### B) -ben van másodrendű elem.

TFH:

, ami sosem lehet .

Legyen csoport. Legyen . TFH Letörölte az egészet.

### C) -ben nem lehet minden elem másodrendű.

Legyen csoport. kommutatív.

TFH elem másodrendű kommutatív. De a feltételben pont az volt, hogy nem kommutatív. Ellentmondás.

### D) -ben ötöd​rendű elem nem felcserélhető másodrendű elemmel.

Először biz be, hogy létezik ötöd​rendű elem: TFH "Ha nem az , akkor valamilyen más ." Csoport axiómák Ellentmondás.

Nem felcserélhetőség: TFH (Ilyen létezik, megmutattuk.)

TFH és felcserélhetőek. Hogy nézne ki ekkor a csoport: stb, sőt (…) kommutatív. Bármely két eleme felcserélhető lenne egymással. Ellentmondás.

### E) generálható két másodrendű elemmel.

Csoport:

 Feladom!

 (vagy valami ilyesmi)

Készen vagyunk, legeneráltuk a csoportot.

# Mellékosztályok, normálosztó

## Jobboldali mellékosztály

 csoport, részcsoportja

(~ ekvivalenciareláció, ekvivalenciaosztályokra bontja a csoportot.)

Jobb oldali mellékosztály:

-nak erre a részcsoportra vonatkozó mellékosztálya.

## Baloldali mellékosztály

Bal oldali mellékosztály:

## Index

 részcsoport indexe a jobb oldali mellékosztályok száma, ha az véges. Egyébként végtelen.

## Normálosztó

Ha részcsoport normálosztó.

Ha normálosztó, akkor a bal és jobb oldali mellékosztályok egyenlők.

 és a triviális normálosztók. Minden más valódi normálosztó.

Ha Ábel-csoport, akkor normálosztó, a felcserélhetőség miatt.

Normálosztók metszete is normálosztó.

Jelölés:

## Példa – egységtükrözés részcsoporttal.

## Példa – forgatás részcsoporttal.

 nem normálosztó.

## Geometriai példa – Számítsuk ki mellékosztályait és adjuk meg reprezentációját (mellékosztályok struktúráját), ha .



bal oldali – jobb oldali

## Geometriai példa – Számítsuk ki mellékosztályait és adjuk meg reprezentációját (mellékosztályok struktúráját), ha .

 normálosztó.

## Számkörös példa

 ←ez mi?

Legközelebb. Faktorcsoportokat még nem tanultuk.

 " többszörösei"

Normálosztó is: , mert kommutatív (Ábel-csoport)

 ("Ja az összeadás itt mod n")

 (valami) izomorf (valami) …

 normálosztója -nek és (valami) faktorcsoport.

 faktorcsoport jelölés

## Csoport rendjéhez egy kiegészítés

 csoport.

 ( a -nek rendje)

 irány:

 irány: (…)