## Pluszminusz hiba: Irányított kör

Pozitív irányban van irányítva, mi rosszul írtuk.

:



Nekem jó lett.

## ZH

Április 12

## Pótóra

2 darab is lesz.

15-e miatt elmaradt 1.

Tavaszi szünet miatt elmaradt még 1.

1. Csütörtökön itt szünetben.
2. Toljuk vizsgaidőszakba.
3. Kiadja az anyagot és otthon megtanuljuk.

# Csoportok

## Kategorizáljuk a természetes számokat hatványozás -beli kitevőre

Binér művelet:

Semleges elemek: Bal oldali: nincs bal. Jobb oldali: Van jobb. Nincs semleges elem.

Asszociativitás: Nem asszociatív.

Kommutativitás: Nem kommutatív.

Grupoid.

## Számkörös példa

### Emlékeztető: Komplex szorzás és abszolút érték

### Emlékeztető vége

Zártság:

Én ezt nem tudom követni!

, tehát zárt.

Binér művelet:

Semleges elemek: …

Egységelem: e=(1,s) (?) vagy valami ilyesmi.

Asszociativitás: asszociatív. Nem nézzük meg.

Inverz: Legyen és (…) Követhetetlen. , tehát benne vannak -ben.

Kommutatív: -beli kommutativitás miatt.

Kommutatív csoport. Ábel-csoport

Euler alak: (…)

 komplex exponenciális függvény alakban írható fel. (…) Követhetetlen. Nullelem: Inverz: Asszociatív: …

## Diéder csoport

Szabályos -szög vagy gráfja:

Ezen értelmezünk operátorokat (műveleteket)

Szimmetriaművelet, ha alkalmazva, önmagába viszi. Csúcsot csúcsba.

Szabályos n-szög szimmetriaműveletei:

## Geometriai példa

 egységművelet helyben hagy mindent.

-os forgatás Rendje . darab van.

 rögzített csúcson átmenő szimmetriatengelyen vett tükrözés. Ha páros akkor darab tükrözés van. (?) Ez nem igaz, szerintem több van. (?) Ha páratlan, akkor darab tükrözés van.

 Minden forgatás felírható egy egységtükrözés és valamilyen rendű forgatás szorzataként.

(…) Egyre többen alszanak a padokban.

Akkor is igaz a le nem írt állítás (követhetetlen), ha páratlan.

###  Csoport

Zárt: forgatás\*forgatás=forgatás; tükrözés\*tükrözés=forgatás; Nem vezet ki semmi.

Asszociatív: Ugyan ez. (Elvileg végig kéne számolni.)

Inverz: Forgatás inverze, mivel ciklikus részcsoport, világos. (Visszaforgatjuk) Minden tükrözés másodrendű (Kétszer tükrözés=egység)

Nem kommutatív.

## Elhagyási/Egyszerűsítési szabály

Mutassuk meg, hogy csoport

Ha G csoport, akkor tartalmazza az egységelemet ⇒ G nem üres.

Tetszőleges csoportelem a∈G, egyértelműen létezik inverze.

 (…)

Inverz egyértelműsége világos. (Már akinek…)

⇒

 csoport Regularitás/Egyszerűsítési szabály.

(, mert 0 nincs is benne.)

Megjegyzés, mi van fordítva: Ha félcsoport, fordítva is igaz. félcsoport csoport .

# Morfizmusok

## \*morfizmus

 bináris művelettartó leképezés. Ez a homomorfizmus.

Ha injektív, akkor monomorfizmus.

Ha szürjektív, akkor epimorfizmus.

Ha injektív és szürjektív is (bijektív), akkor izomorfizmus.

Ha , akkor endomorfizmus. Ha identikus is, akkor automorfizmus.

## Példa 1

Homomorfizmus, művelettartó leképezés:

Nem szürjektív, mert negatív abszolút érték nincs.

Nem injektív, mert

## Példa 2 izomorfak

Szürjektív: Minden páros számnak van fele és az egész.

Injektív: páros számok,

Megjegyzés: és izomorfak izomorfizmus.

Megjegyzés: és nem izomorfak, ha vagy vagy ha nem injektív vagy szürjektív.

 és nem izomorfak, mert megszámlálhatóan végtelen, míg végtelen.

## Példa 3 nem izomorfak

TFH homomorfizmus, injektív.

TFH:

Semleges elemet mindig semleges elembe képezi. Sőt, tudjuk, hogy , művelettartásból következik.

De:

## Példa 4 Automorfizmus

Izomorfizmus, ami ugyanabba a térbe képez.

Szürjektív:

Injektív:

## Példa 5

Nem szürjektív: , tehát , de

Injektív: szigorúan monoton csökkenő, invertálható, injektív. Reciprok függvény.

Homomorfizmus:

TFH

# Részcsoportok, generátum, rend

## Részcsoport

Alaphalmaz egy részhalmaza. Részstruktúra.

: részcsoportja -nek.

Triviális részcsoportok: és a .

Részcsoportok metszete is részcsoport.

Unióra ez már nem igaz.

## Feladat 1

 monoid (egységelemes félcsoport) esetén rész (fél) csoport. Elemek, amelyeknek van inverze.

Egységelem benne van -ban, mert benne van -ben:

Zártság: Mind a 2 létezik, tehát: , zárt,

Asszociatív: Következik asszociítivitásából.

Inverz létezése a definíció miatt.

Például csoport, monoid, és valamelyik része a másiknak (…).

-es példa (…)

## Generátum

 csoport,

 indexhalmaz.

Ha , akkor generátorrendszer.

Ha egyelemű: , akkor ciklikus és generálja a csoprtot.

Ha ciklikus, akkor

Ha ciklikus és homomorfizmus, akkor is ciklikus és .

Ha a csoport ciklikus, akkor két különböző generátor (…) nem lehet.

## Rend

 rendje csoport esetén (?) (…)

Különben végtelen.

Csoport rendje: alaphalmaz elemszáma.

Egységelem rendje .

### Példa

(ℤ,+) ciklikus csoportban

, mert 1-ből (generátorból) összeadással kapjuk meg. (ez rossz? Letörölte)

"könnyebb példa": Tükrözés rendje 2, mert 2-szer tükrözünk akkor -t vagy -t kapjuk. (?)

Egységelem rendje .

Minden más elem rendje az a legkisebb hatvány, amire emelve e-t kapunk. ( nem lehet, .)

Ez a jegyzet használhatatlan. Senki se érti. Elment 3 óra semmire.

## Feladat

(G,\*) tízelemű nem kommutatív csoport.

Nincs benne tizedrendű elem.

 nem lehet, mert elemű lenne.