## Pótgyakorlat

1 biztos lesz, lehet 2. (Március 15 csütörtök miatt elmarad 1 gyakorlat)

## Komplementer gráf

részgráf

gráf

## Komplementer

## Mohó algoritmusok

Minden lépésben a lehető legjobb megoldást választjuk lokálisan. Nem feltétlenül ad mindig optimális megoldást globálisan.

## Kruskal algoritmus (mohó)

irányítatlan véges gráf, élsúlyozott

Cél 1: gráf: összefüggő, minden csúcsot tartalmazza (), súlyfüggvény szerinti súlya minimális:

Cél 2: nem összefüggő, adjunk meg minimális költségű feszítőerdőt? komponense

Ha minden élre ez a súly pozitív, akkor a gráf körmentes, mert felesleges élt mindig törölhetünk.

### Algoritmus

erdő. Minden csúcs () egypontú fa.

S=E élhalmaz

while(S≠∅ ∧ F nem feszítő fa)

Vegyük ki , amely minimális súlyú (lokálisan)

if(e él két komponenst köt össze)

F=F+e

else ne vegyük hozzá

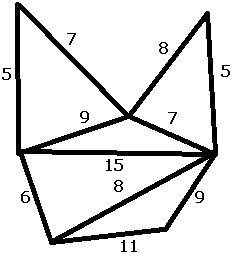
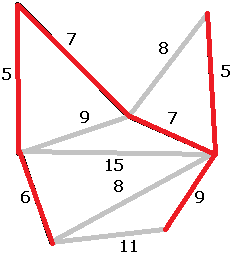
### Rövid elemzés (Teljes elemzés a CLR-ben)

Az algoritmus véges, minden élt egyszer vizsgál meg.

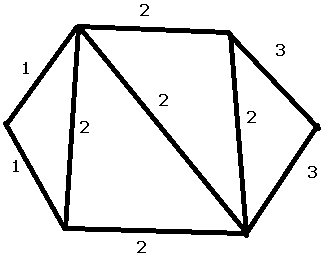
f feszítő fa G-ben:  
f feszítő gráf, minden csúcsot lefed   
f körmentes, hiszen csak akkor veszünk be élt, ha az két komponenst köt össze  
f összefüggő, ha G összefüggő (TFH f nem összefüggő ⇒ létezik olyan e él, hogy nem létezik u-v út f-ben. De ha G összefüggő, akkor van ilyen él G-ben és létezik egy olyan u-v s' út G-ben. f két komponensre esik szét. ∃e' él G-ben, ami ezt a két komponenst összeköti. Algoritmus ezt az élt valamikor átvizsgálta, be kellett volna vennie, hiszen két komponenst köt össze. Ellentmondás.)

Minimális költségű fa (biz: → könyv)

### Példa

→

### Hány különböző minimális fa van az alábbi gráfban



Két baloldali biztos benne van. Jobb oldaliak közül 1.

…

## Irányítatlan gráfok izomorfiája (egyalakúsága)

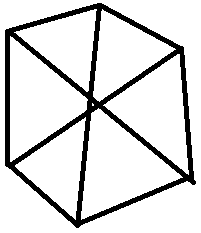
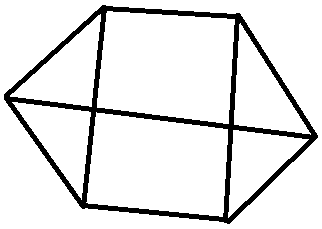
Izomorfak

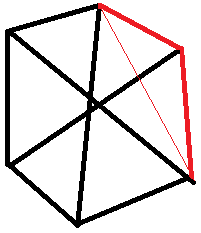
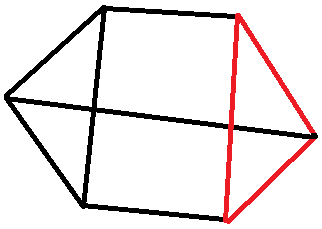
olvashatatlan

Hatékony algoritmus nincs, ki kell okoskodni. Bizonyítani nehéz ellenpéldát találni (ha van) könnyebb.

Megjegyzés: Ha biztos nem izomorfak.

### Példa

és Nem izomorfak, mert az egyikben van 3-mas kör (), a másikban pedig nincs:

 Ez nem formális bizonyítás.

## Izomorf gráfok leszámlálása

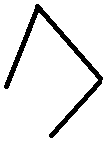
Rajzoljuk fel az összes 7 pontú nem izomorf fát, amiben van 4-edfokú pont.

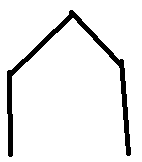
Csak egy ilyen 4-edfokú pont lehet.

A három variáció  ,  és . A többi mind izomorf.

### Rajzolja föl az összes nem izomorf 3, 4 és 5 pontú fát.

n=3:

n=4:

n=5: Update: 2. és 3. szerintem izomorfak.

### Mely fák izomorfak saját komplementerükkel

Szükséges feltétel:

eset: 1 pontú fa

eset: egyszerű út:



Nincs másik lehetőség, mert a csillag nem izomorf komplementerével.

# Irányított gráfok

## Irányított gráf

gráf

rendezett pár (Minden élnek van egy kezdőpontja, és egy végpontja, .)

Emlékeztető: Irányítatlan halmaz volt, irányított rendezett pár.

irányítatlan. irányítása. Sokféleképpen lehet irányítani. Jelölés:

Hurokél csak egyféleképpen irányítható.

## Él megfordítása

## Irányított gráf megfordítása

Összes él irányát megfordítom.

## Szigorúan párhuzamos él

Irányuk is egyenlő.

## Kiélek, beélek

E(S) S csúcshalmazból a komplementerbe vezető csúcsok halmaza

kezdőpont van S-ben, végpont pedig -ben. (-en kívül.)

végpont van S-ben, kezdőpont pedig -ben. (-en kívül.)

## Kifok, befok

Hány él megy ki / jön be.

## Irányított kör, ösvény, csillag

Csillag alapértelmezésből befelé irányított.

## Irányított teljes gráf

Minden csúcsból minden más csúcsba visz irányított él, vagyis kétszer annyi éle van, mint irányítatlan párjának.

Ha , akkor már nem egyszerű gráf.

## Megjegyzés: Milyen relációknak milyen gráfok felelnek meg

binér reláció

, ha

Irányított gráf lesz. Még nem foglalkozunk vele.

# Éllistás ábrázolás, adatstruktúrák

## Nagy-ordó jelölés

Legyen

### Példa

Amint x tart a végtelenbe, viselkedését egyszerű függvénnyel tudjuk leírni.

### Példa

## Gráf tárolás: Szomszédsági mátrix

egyszerű gráf Hash táblába vagy asszociatív tömbbe berakják a csúcsok neveit.

ha " él", különben .

Szimmetrikus.

Tároláshoz bit kell.

### Műveletek

egy lépés, kiolvassuk

: i-ből kiinduló összes élen csinálni akarunk valamit. Ez

### egyszerű irányítatlan gráf szomszédsági mátrixa: mátrix főátlóbeli elemeinek összege páros

…

, ami páros.

## Gráf tárolás: Egyszeresen láncolt lista

Egyszerű adatszerkezet, amely cellák (listaelemek) sorozatából áll.

Két fajta listaelem van:

Listafej

|  |
| --- |
| h |

Mutat az első listaelemre.

Közbülső listaelemek:

|  |  |
| --- | --- |
| Adatrész | Pointer |

Pointer mutat a következőre.

Utolsó listaelem:

|  |  |
| --- | --- |
| Adatrész | NULL pointer |

## Kétszeresen láncolt lista

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Adatrész | Előző elemre mutató pointer | Következő elemre mutató pointer |

## Körkörösen láncolt lista

Be van zárva. Az utolsó listaelem az elsőre mutat.

## Műveletek láncolt listákban: Beszúrás, Keresés, Törlés

### Beszúrás

Bevesszük az új listaelemet, átírjuk a pointereket.

Tetszőleges helyre konstans időben megy. (Tömb esetén ez nagyon nehézkes. El kell tolni minden elemet, vagy akár át is kell másolni egy új tömbbe, ha túlcsordult.)

### Keresés

Végig kell járni a listát.

(=lista hossza)

Tömbnél gyorsabb, hiszen bárhova be tudunk nyúlni, átugorhatunk elemeket. Láncolt listában viszont csak egyesével lehet végiglépkedni, követve a pointereket.

### Törlés

Hasonló, mint a beszúrás. Kitörlöm az elemet, előző elem pointerét átállítom a következőére.

## Láncolt listák memóriaigénye

Jóval nagyobb, hiszen pointereket is kell tárolni.

Ha egy elem megsérül, elveszik minden. Tömb esetén át lehet ugorni a veszteséget.