## Tetszőleges páros hosszú zárt sétában is van kör?

Nem.

## Mutassuk meg, hogy 6 csúcsú (szögpontú) egyszerű gráf vagy komplementere (-ra) tartalmaz -mat. (3 pontú teljes részgráfot)

Üres gráfban: komplementer fog tartalmazni.

van -ben ⇒ kész

TFH nincs -ben. Ekkor minden csúcs fokszáma legfeljebb 3 lehet, és a komplementerben biztosan lesz .

TODO drawing2graph[12]

## 7.1.26 egyszerű gráf esetén vagy összefüggő.

Ha nem összefüggő a gráf, akkor tartalmaz izolált csúcsot vagy gráfot, ezek a komplementerben össze lesznek kötve mindennel.

TFH nem összefüggő. Mutassuk meg, hogy összefüggő.

Ha nem szomszédosak, akkor lesz összekötő él -ben.

TODO drawing2graph[13]

Ha szomszédosak, akkor -ben nem lesz benne az összekötő élük, de egy másik komponensben levő csúcs mindkettővel össze lesz kötve. Ezek uniója út.

TODO drawing2graph[14]

Ha nem egy komponensben vannak, akkor lesz él köztük -ben.

TODO drawing2graph[15]

## 7.1.27 Igazold, hogy az -csúcsú egyszerű véges gráf összefüggő, ha minimális fokszáma nem kisebb, mint

legközelebb

## Reguláris gráfok

G gráf -reguláris, ha minden csúcs foka pontosan ugyanannyi ().

G gráf reguláris, ha -reguláris valamilyen -re. -reguláris

### Pl.: Hiperkocka

Két csúcsot összekötünk, ha a koordináták csak egy helyen különböznek.

### Pl.: Szabályos testek

## páros esetén -csúcsú egyszerű összefüggő 3-reguláris gráf

Teljes indukció

1. TODO drawing2graph[16]
2. -adik lépésig eljutunk ilyen.
3. működni fog.

2 új csúcsot hozzá kell építeni a gráfhoz, hogy újra 3-reguláris gráfot kapjunk.

Átvágunk két élt, így felszabadul 4 csúcs. Belekötünk 2-2 élt. Végül összekötjük az új csúcsokat.

## gráf az alábbi fokszám sorozatokkal:

Ezekből minden csúcsba megy él. Mivel 3 ilyen van, 2 fokú csúcs nem lehet.

## gráf az alábbi fokszám sorozatokkal:

|V|=8

d\_8=7

Ezeket töröljük.

nem lehet, mert egyszerű gráf. Egyszerű 5 csúcsú gráfban nem lehet 5 fokú csúcs.

## gráf az alábbi fokszám sorozatokkal:

majdnem telített, nézzük a komplementerét:

TODO drawing2graph[17]

# Fák, fák leszámlálása, feszítőfák, címkézett, súlyozott, irányítatlan gráfok

## fa elsőfokú pontjainak száma , ahol (a maximális fokszám)

-ből elindulva úton mehetünk tovább.

Minden úton eljutunk elsőfokú csúcsba. legalább elsőfokú csúcs van.

## Hány élt kell elhagyni -ből, hogy körmentes gráfot kapjuk?

reguláris, tehát és

Egy fának éle van -ben

élt kell elhagyni.

## Cayley tétel

fa létezik ( a csúcsok száma.)

## Csillag

a csillag: Szabályos n-szög csúcsai összekötve egy középponttal.

TODO drawing2graph[18]

## Hány olyan fa adható meg címkézett csúcson, amely nem csillag?

Csillagonként csúcs

csillag van fa van.

## Ha véges és nincs benne kör, de van él, akkor legalább 2 elsőfokú csúcs.

## Hány olyan fa adható meg címkézett csúcson, amelynek legalább 3 egyfokú csúcsa van?

Van út : ≥2 elsőfokú csúcs.

Ha el is ágazik: ≥3 elsőfokú csúcs.

Utakat ki kell vennünk, nem számolunk vele.

TFH ∃ n csúcsú út: út van.

## Feszítőfák

Legyen fa egy G gráfban.

feszítőfa, ha (Minden csúcsot fed.)

* összefüggő és véges fának feszítőfája.
* komponensre megadható feszítőfa. (Feszítőerdő)

## Véges gráfban a komponensek száma () + az élek száma () ≥ a csúcsok számánál ()

az élszám.

Követhetetlen.

## Körkeresés

"Keressük meg a gráf összes körét!"

MCB Minimal cycle basis

G összefüggő véges gráf.

Ebben ∃ legalább |E|-|V|+1 kör.

Fundamentális alapkörrendszer

## Súlyozás

Élsúlyozás:

Csúcssúlyozás:

"súlyozott" gráf, "hosszakkal" ellátott gráf

véges élhalmaz; súly hossz:

### Példa

élhossz:

esetén

kör esetén a kör hossza

## Mohó algoritmus minimális feszítőfára (feszítőerdőre)

"Véges gráfban adjunk meg feszítőfát!"

Üres gráfból indulva minden lépésben a lokálisan minimális hosszú (súlyú) élt veszi hozzá a fához.

## Kruskal algoritmus

"Minimális feszítőerdő/fa megadása."

Legyen a minimális él.

Ha -t hozzáadva kört alkot, dobjuk el -t. (Különben vegyük hozzá)

Ha van még nem vizsgált él, tovább.

### Tulajdonságai

Véges, minden élt egyszer vizsgál.

A kapott gráf feszítőfa. ( körmentes)

A kapott gráf összefüggő: TFH G összefüggő, Ha f nem lenne összefüggő, akkor , hogy út f-ben. De G-ben ilyen van. Legyen ez G-ben összeköti -beli komponenseit. Ellentmondás.