## ZH időpont ütközik

Vizsgaidőszakban fogjuk írni a ZH-t.

Kevesebb, mint egy hét lesz a ZH és javító ZH között.

## Múlt órai javítás

 R feletti polinom.

 egyszeres gyöke R-nek R felett, ha f az u-ban 0:

Ki kell bővíteni.

### Példa

Nincs gyöke, de -ben már igen. ( és egyszeres gyökök)

Példa vége

 (R részgyűrűje S-nek)

Ez -nek -ben felvett helyettesítési értéke most már -ben.

Ez f polinom feletti polinomfüggvénye.

Ez f az u helyen. f(u) Nem teszünk különbséget f és polinomhelye között.

Ha R végtelen (…), akkor nincs különbség f és polinomfüggvénye között.

 egyszeres gyök, ha f(u)=0 és ha (multiplicitás) "ő" k-szoros gyök

## Másik javítás

Ha integritási tartomány és , akkor darab gyök van a multiplicitással együtt. (Ha nem integritási tartomány , akkor több gyöke is lehet.)

Megjegyzések:

Ha (f komplex polinom), akkor (összes gyök is komplex).

 (valós polinom) és legyen alfa gyök. Ekkor komplex konjugáltja is az. és multiplicitásuk megegyezik.

(Bizonyítást nem írom, úgyse értem)

Ezt se írom. Tábla jobb szélén nem látszik.

## Előző óra javítás

→Utolsó feladat múltkor (Adjuk meg a polinom összes gyökét)

Tudjuk a fokát, a gyűrűt (valamelyik test), akkor tudjuk a polinom teljes fokszámát. Néhány gyök segítségével az összeset (spelling?) meg tudjuk adni. (Én nem.)

Észrevettük, hogy ha nem nulla valós gyök és az ő multiplicitása az k, akkor is gyök és ennek multiplicitása szintén k.

-t kiemelgettünk:

 megegyezett az -vel (?)

Baloldal nulla, első tag nem nulla, ezért

De ez a nagy szumma pont a polinom helyen felvett helyettesítési értéke is gyök.

Multiplicitásra ugyan ez érvényes.

 egyszeres gyök

# Ezzel vége a javításoknak

## "Egyszerű" példa

Valós test feletti polinom

13 fokú:

gyökeiről tudjuk:

 gyöke, multiplicitása 1:

 is gyök és foka megegyezik -éval.

 hasonlóan

Kész, ez pont 13.

## "Még egy egyszerűség"

Gyökei:

 egyenletet kell megoldani fölött

Hetedik komplex egységgyökök

 r fi polár koordinátás jelölés

## Még egy

Ez pont a binomiális tétel alakja -re

## Ez volt a részleges megadott gyökökből teljes gyökök kiszámolása

Jó, hogy a címet a végén tudjuk meg.

# Most fordítva: Gyökök lesznek megadva, polinomot kell kitalálni.

## 1. lehetőség

van egy r valamilyen gyűrű feletti polinomunk

-et megadhatjuk úgy, hogy (gyökök ismeretében)

és

## 2. lehetőség

(Ezt mindek tanuljuk, nem is tudunk még interpolálni.)

 megadható pontbeli értékekkel is (Lagrange-Newton interpoláció)

Ezekre az alappontokra legjobban illeszkedő polinomot kell adni

Minden helyettesítési érték lineáris egyenlet lesz. (?)

Vagy ha elég sok pontban meg van adva, akkor ezt a lineáris egyenletrendszert megoldva megkapjuk a (…)

## Példa az 1. módszerre: Gyökök vannak megadva

 ( valós polinom)

 (foka legfeljebb )

Szorzótag

Nem kell polinomot írni a végére, definíció miatt. Foka legfeljebb , ezeknek a multiplicitása meg pont .

Ez a polinom gyökfelbontása.

Illesztés:

Ha még megkérdeznék, mennyi a legkisebb nem eltűnő tag együtthatója, akkor ezt ki kell szorozni.

## Második módszerre példa

lineáris egyenletrendszer

polinom foka legfeljebb , ezért:

5 db ismeretlenünk van.

pont 5 egyenletünk is van

Ránézésből látszik:

5 ismeretlen, 5 egyenlet, ezt meg lehet oldani.

 kapásból adódik.

 és összeadva:

-ből:

-ből:

-ből:

Elakadt, felírjuk a megoldást:

## Érdekesség

ZH-ban nem lesz.

4 ismeretlenünk lesz, de csak 3 egyenletünk van⇒paraméteres egyenlet lesz.

 paraméter

Most átrakjuk a c-ket baloldalra.

Nem fogjuk kiszámolni, csúnya.

 függvényében kapjuk meg , stb-t.

## Interpoláció (Majd numerikus analízisben lesz ilyen.)

 egységelemes gyűrű

 különböző alappontok

interpolációs polinom:

pontok távolságával van skálázva

Ha közeli pontokat veszünk, akkor a szorzat magasra felmegy

n-1-ed fokú polinom

, ha k≠l

# Gyökök és együtthatók kapcsolata

Hogyan fogunk tudni megadni szintén egy polinomot, abban az esetben, ha gyökei és főegyütthatói vannak megadva (?)

 integritási tartomány

 test ami R-nek része (?)

Meg tudunk adni egy ilyen bővebb testet.

 feletti gyöktényezős alakja.

Egy szorzat szorozva a főegyütthatóval egy bővebb test felett.

Ennek a tételnek következményei:

 gyökök és egyértelműen meghatározza -et.

## Feladat

főegyüttható

gyökökről tudjuk:

Adjuk meg a polinomot!

Csak egy ilyen van, ami a teljes indexhalmaz.

1 tagú szumma lesz.

Mivel ℤ felett vagyunk, a sorrend mindegy. (kommutatív a szorzásra) Egy tagú lesz a produktum is.

Index halmazok: háromelemű lesz.

Ez pont .

Ez meg pont

 mivel ez a főegyüttható

Ki van emelve az a , ezért nem látszanak a tagok.

Visszarakom: így mindjárt jobb.

## Még egy példa

főegyüttható

gyökökről tudjuk:

hasonló, mint fent.

Emeljük négyzetre:

Ez most hogy jött ki?

Visszarakom a -et, hogy látsszanak az igazi együtthatók: Hát nem lett érthetőbb.

## Megjegyzés

Kommutativitásra mégsem kell figyelni, mert T mindig kommutatív. Vagy valami ilyesmi.

## ZH

ZH-ban kettő ilyen feladat lesz.