## ZH Időpontváltozás

28 (Pünkösd hétfő) helyett 29 (kedd)

"Pót ZH lehet egy hétre rá is."

Utolsó gyakorlat 24-én, aznap tanár lehet nem lesz. Majd kiderül.

Pótgyakorlat időpontja még mindig függőben van.

Polinomokkal megyünk tovább, Euklideszi gyűrűk pótgyakorlaton lesznek befejezve.

Feladatok: Mondd meg, hogy gyűrű-e vagy sem, izomorfia, karakterisztika.

Kódolás​elméletre is áldozunk egy gyakorlatot.

ZH: Polinomok és gyűrűk.

## Pluszminusz állásom

-1

# Polinomok

## Polinom

Legyen gyűrű. Sorozatok halmaza: végtelen sorozatok tere.

-adik komponens:

-ra egytagú szumma:

-re: (Nem azt írja, amit mond)

Ezek a sorozatok erre az összeadásra és szorzásra nézve gyűrűt alkotnak.

## Egy határozatlanságú polinom

Ha véges sok nem nulla komponense van.

Megjegyzések:

1. Ha és ilyenek, akkor azok összege és szorzata is az.⇒ egy határozatlanságú polinomok halmaza részgyűrűje -nek.
2. A nemnulla komponenseket előre hozzuk.

 lesz ezen polinomok halmaza
3. Még egyértelműbb jelölés:
 Konstans együttható; főegyüttható; a polinom foka. Legnagyobb kitevő. Elnevezések: Lineáris, kvadratikus, köbös, -ed fokú polinom.
egytagú polinom: Monom (Pl.: )

Ezek a polinomok nem a polinomfüggvények. Majd később lesz analízisből.

## Feladat 1: Polinomot definiál-e az alábbi függvény? Ha igen, akkor jellemezzük a polinomot! (, stb.)

 Ezért polinom. Adott indextől kezdve az összes együttható nulla.

 egyhatározatlanságú polinom.

## Feladat 2: polinomot definiál-e?

mértani sorozat

 esetén

⇒Ez nem polinom. Mert végtelen hosszú.

# Megadás, polinom​típusok, műveletek, fok, stb.

## Írd át, jellemezd!

### 1

Foka Főegyüttható konstans tag (?)

### 2

### 3

Úgy suttog, hogy nem hallom.

Főegyüttható 4 vagy 6 (melyik?)

Konstans tag 0

## Add meg az és polinomok összegét, különbségét, szorzatát, fokát, (…) mindent

Azért nem , mert ez -ben van.

főegyüttható

Legkisebb nem nulla együtthatós tag foka .

Kiesik sok minden miatt.

főegyüttható

legkisebb nem nulla együttható foka

, mert kommutatív.

## Polinomot definiál-e?

 tetszőleges függvény

Első eset: biztosan nem polinom. Ha nullába nem képez bele, akkor biztosan nem polinom.

Második: a null​polinom. Üres összeg.

Harmadik: (…) Polinom.

## Csúnya feladat

 egész mátrixok gyűrűje

még le se írtam a feladatot, már felmásolta a jegyzetéből. És persze, hogy a tábla szélén van.

főegyüttható "ez a mátrix" (mire odanéztem már abbahagyta a táblakopogást)

legkisebb nem eltűnő tag foka

foka

főegyüttható

az a bizonyos tag

 Trükkös, nem kell kiszámolnunk. Mert speciális alakú mátrixok. Minden mátrix

Be kell bizonyítanunk, hogy ez a részgyűrű kommutatív:

 bijekció, és izomorf

 kommutatív e. i. t.

 is kommutatív

ZH-ban egyszerűbb kiszámolni, mint ezt bizonyítani.

# Polinomokkal maradékos osztás

## DEF

Legyen egy egységelemes integritási tartomány feletti polinom, azaz egyhatározatlanságú polinom

 maradékosan osztható polinommal és ekkor vagy

Megjegyzések:

1. , a maradék

## Tétel:

Ha főegyütthatója egység (osztja a multiplikatív egységelemet) gyűrűben, akkor , azaz a maradékos osztás elvégezhető. (Mert és egyértelműen léteznek.)

## Feladat

 test és egység (Mert q racionális szám nem nulla esetén osztja az egységelemet, mert )

 főegyütthatója , ez racionális, tehát egység -ban.oszthatunk, ráadásul egyértelműek lesznek és polinomok.

Levonjuk:

Ez lesz az első maradék.

Az algoritmus addig megy, amíg a maradék foka megfelelően le nem csökken. vagy null​polinomot nem kapunk.

(? Itt nem tudom, hogy lett -ból .)

Ezt most le kell vonnunk "abból". Csak a végeredményt írja:

### Nem kell semmit csinálni

Ekkor , tehát az osztás elvégezhető.

### Végesben is lehet (HF)

# Gyökök, multiplicitás

Legyen polinom, rögzített.

lesz az -beli helyettesítési értéke az egyhatározatlanságú polinomnak.

Ha , akkor az gyöke.

Ha , akkor -szoros gyöke -nek.

Megjegyzések:

1. ez polinom​függvénye.
2. hozzárendelés általában nem bijekció, ugyanis véges gyűrű és nem a nullgyűrű.
(Végtelen sok polinom van, de csak véges sok olyan függvény van, ami R-ből R-be képez.)
3. Ha viszont és végtelen egységelemes integritási tartomány,akkor ez a hozzárendelés bijekció.
4. Ha egységelemes integritási tartomány és , akkor a gyökök száma felülről becsülhető -fel. Ez általában nem igaz, ha nem integritási tartomány.

## Feladat: Add meg polinom összes gyökét egy-két gyök ismeretében

 kétszeres, kettes multiplicitású gyök

 testegységelemes integritási tartomány-nek legfeljebb gyöke lehet.

szimmetrikus a polinom:

### Mik lehetnek gyökök?

 és mindig ellentétes paritású lesz gyök

Alakítgassuk tovább:

 -szoros gyök. Mi lesz még biztosan -szoros gyök? . Ugyanis: (Legközelebb.)

 gyök, is gyök. Ezek ráadásul kétszeres gyökök.

 gyök, így megvan pont az 5.

Ennél több meg nem lehet.

Nem is használtuk a ℂ-t, hurrá!