## Pótgyakorlatok, ZH

Jövő héten nincs pót.

Utolsó gyakorlat: Május 24 Eddig lesznek megtartva a pótgyakorlatok.

28-án hétfőn második ZH: gyűrűk és polinomok

Pót ZH: Június 1.

Jegybeíratás: 2.712 szobában a pót ZH utáni hétfőn

Pluszminusz pótlás második ZH előtt történjen meg.

Kódolás​elmélet kimarad.

## Pluszminusz

0-ra állok

# Részgyűrűk, ideálok

 gyűrű, illetve test.

 részgyűrű, illetve résztest gyűrű, illetve test.

## Nem tudom, ez a 2 sor hova tartozik

 – nem kommutatív, ugyanis

Komplexusművelet:

## Részgyűrű (Tétel)

Ha részgyűrű

 és

Bizonyítást nem írom.

## Ideál

 gyűrű részgyűrűje

 jobbideál

 balideál

Ideál, ha bal és jobb.

### Triviális ideálok

2 db van. A egész és a

Minden más ideál valódi ideál.

### Ideálok metszete is ideál

 mind ideáljai R-nek

### Kommutatív gyűrű esetén bal=jobb=ideál

Ha R kommutatív, akkor a bal ideál=jobb ideál=ideál

### Generált ideál

 által generált ideál

### Egyszerűsített jelölés

### Főideál

"Egy elemű a halmaz, ami generálja az ideált."

## Feladat: Mi -ben ? Részgyűrű/ideál/főideál

2ℤ a páros egészek.

Ebből adódik, hogy részgyűrűje -nek.

Ha

Ebből adódik, hogy ideál -ben.

Vajon főideál-e?

Ehhez az kell, hogy egyetlen elem generálja.

Az egyetlen ilyen ideál a maga. ( triviális ideál is megfelel a feltételnek, de azzal metszve -t továbbra is -t kapunk.)

-nek csak ilyen ideáljai lehetnek.

## Feladat: Mutassuk meg, hogy -ben a által generált ideál megegyezik a által generált ideállal és ez főideál.

Prímfelbontás:

Az LNKO fogja mindkettőt tartalmazni. Ami a

A legszűkebb metszet nem a vagy a , hanem a .

## Következmény a null​osztókkal kapcsolatosan: Ciklikusság véges gyűrű minden ideáljában vagy valami ilyesmi

Legyen véges gyűrű.

 ideál,

Ekkor nullosztó -ben.

"Valódi ideálok nullosztók."

 befutja a gyűrűt.

 véges és , és számossága nem egyenlő, ezért lesz két olyan elem, ami egybeesik:

, de , és , ezért nullosztó.

 egyenlet megoldható.

##  esetében gyűrű és esetén részgyűrű és esetén részgyűrű. esetén ideál, főideál és (…)

# Mellékosztályok és Faktorgyűrűk

Oszthatóság, Eukleidészi gyűrűk esetén fontosak

##  gyűrű és additív részcsoport.

 ekvivalenciareláció.

Ekvivalenciaosztályokra bontja.

 lesz mellékosztálya.

Komplexus módon eltolom.

### Következmény

Ha ideál, akkor gyűrűt alkotnak. Ez az ideál szerinti faktorgyűrűje: .

Kompatibilitási osztályozást kihagytuk, jegyzetben benne van. (Én viszont azt nem vettem meg.)

"Ezekből a mellékosztályokból, amiket az összeadással definiálok, azokkal egy faktorgyűrűt tudunk létrehozni."

Szorzásnál nem tejesen kompatibilis.

Mellékosztályok: Gyűrűknél nem így van, hanem:

## Példa

 ideál (előbb beláttuk)

Ezek a mellékosztályok faktorgyűrűt fognak alkotni.

 ( maradékosztály)

## Definíció (Ez nem annak tűnik)

 egységelemes integritási tartomány

Diophantoszi egyenletek

Következmény: , ha , ami az irracionális számok halmaza, akkor csak esetén oldható meg, és ekkor esetén megoldható az egyenlet.

Például, ha esetén , hogy eltűnjön és ekkor az egyetlen megoldás.

Ha , akkor Gauss egészeket kapjuk.

 egységelemes integritási tartomány, mert megoldható:

##  faktorgyűrű

 ideál (főideál is)

Mellékosztályok:

Paritás alapján kell 1 elemet választani, legyen ez a 0. Ez esetben a

 esetén

Egyik mellékosztály

 esetén a mellékosztály. (Jelölhetjük -ként is.)

 és a két mellékosztály.

Faktorgyűrű=

A műveletek a komplexus összeadás és a komplexusszorzás.

## Gauss egészek. Ideál-e -ben . Ha igen, mi a faktorgyűrű?



###  részgyűrű, mert:

 nem üres:

, mert komplex szám valós, képzetes részei párosak, kettő különbsége ugyanúgy páros.

, mivel mind páros.

Valóban részgyűrű.

### Ideál-e?

mert (…) egységelemes integritási tartomány.

Tehát kommutatív gyűrű.

Emiatt a bal és jobb ideál megegyezik.

Egyik tag jön -ből a másik -ből.

A szorzatban minden tagjában mindig lesz olyan altag, ami miatt páros lesz.

 ideál.

### Mellékosztályok



Elég egy ilyet vizsgálni, mert szimmetrikus.

4 eset:

Önmaga, -t:

-el eltolva -n:

-el eltolva -en:

-el, -el eltolva:

### Faktorgyűrű

Mi a faktorgyűrű? Vagy kihagytuk, vagy nem tűnt fel, hogy megoldottuk.

##  testnek valódi ideálja.

Csak a triviálisak.

 ideálok.

TFH ideál

Test esetén (…) kommutatív félcsoport is.

 Ábel-csoport ideálra: inverz .

 egységelem=

 komplexus szorzat komplexus szorzatban.

De ideál, ezért benne kell, legyen -ben is.

.

# Euklideszi gyűrűk

## Euklideszi gyűrű

 egységelemes integritási tartomány

 euklideszi gyűrű, ha:

 ()

## Ha egységelemes integritási tartomány, akkor azzal egy euklideszi gyűrű.

, ha

vagy

Első rész kész, Második rész következik az abszolút érték viselkedéséből:

 vagy

Tehát euklideszi gyűrű.