13. óra

# Érdekességek

## Kombinatorika – lépcsőmászás

Hányféleképpen tudunk felmenni, ha k fokot tudunk egyszerre lépni?
k=2: 3 módon.

Probléma: Nem látszik közvetlen összefüggés a bemenet és a kimenet között.

Megoldás: Számoljuk ki minden lépcsőfokra! (Továbbra sem látszik összefüggés.)
0: 1
1: 1
2: 3

Összefüggés csak a kimenetre:
N-edik lépcsőfokra: ∑ (n-k)..(n-1) lépcsőfokra

Hasonló: Fibonacci sorozat.

## Segédösszegek

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

N×M terület, mindre tudjuk, mennyi a haszon/veszteség a megművelésért.

Adjuk meg, melyik téglalap hozza a legtöbb hasznot!

6 ciklus, N6 futásidő nem jó.

Lehet-e másképp?

Bal felső saroktól számoljunk!

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  | X |
|  |  |  |  |

X: a szürke téglalap + az X fölötti számok összege

Így csak 2 ciklus kell.

Tetszőleges téglalap kiszámolható ezen eredmények segítségével. (Kumulatív összegzés)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Keressük:

|  |
| --- |
|  |

Eredmény:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

-ből kivonjuk:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

és:

|  |
| --- |
|  |
|  |

Majd visszaadjuk a kétszer kivontat:

|  |
| --- |
|  |

Sorozatösszeg.

## Mohó stratégia

Budapest-Párizs útvonal. Hol kell tankolni, hogy a lehető legkevesebbszer kelljen?
Egy tankolás k kilométerre elég. A benzinkutak távolsága Budapesttől van megadva. Elég sűrűen vannak benzinkutak.
(Budapesten tankolunk.) Gondolatban elmegyünk, amíg lehet, majd elindulunk vissza az első benzinkútig és ott tankolunk. (Párizsban már nem kell tankolni.)
(Ha az i+1-edik benzinkút már túl messze van, akkor az i-ediknél tankolunk.)

Kiválogatás.

Rossz megoldás: Az összes lehetséges útvonalat kiszámoljuk, majd megkeressük a legelőnyösebbet. Probléma: 2N lehetséges megoldás van. (1000 benzinkút: $2^{1000}$ futásidő.)

## Keverés

Egyenlő eséllyel álljon elő minden sorrend.

Első helyre rakjuk rand(N)-ediket.
Marad N-1. Ezekből is rand(N-1) és rakjuk a második helyre.

Bizonyítható, hogy egyenlő eséllyel kerül minden szám minden helyre.

Hasonló: Rendezés csak "<" helyett rand() a reláció.

## Közelítő számítás (√2 ~ P/Q)

$$\left|\frac{P^{2}}{Q^{2}}-2\right|<E$$

Ahol E egy kicsi pozitív ℝ szám.

$$\left|\frac{P\_{i+1}^{2}}{Q\_{i+1}^{2}}-2\right|<\left|\frac{P\_{i}^{2}}{Q\_{i}^{2}}-2\right|$$

$$x\_{n+1}=\frac{1}{2}\*\left(x\_{n}+\frac{2}{x\_{n}}\right)$$

Már az ókorban tudtuk mindkét bizonyítást, de az összekapcsolás csak a XX században történt meg.

$$x\_{0}=\frac{6}{4}$$

$$P\_{n+1}=P\_{n}^{2}-2$$

$Q\_{n+1}=P\_{n}\*Q\_{n}$ (???)

Matematikai háttér: nehéz, bonyolult. Eredmény primitív program.

## Összes (i-edik) permutáció

Rendezésből indulunk ki. Ez megfordítható, ha a cseréket felírjuk rendezés közben. (Mit milyen messzire cseréltünk?)

Ez nekem magas. (Számrendszerbe átírás)

Programozásban fontos szerepe van a számrendszereknek.