Név: ...., *EHA* ....

Csoport: ...., *Gyak.vez.:* ....

Pontszám: ....

Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapozás előrehozott zárthelyi
2011. szeptember 30.

1. *(6 pont)* Oldjuk meg az alábbi (háromismeretlenes) lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} x+y-3z &= 1 \\ x+5y-5z &= 7 \\ x-y-2z &= -2 \end{aligned}$$

2. *(6 pont)* Az alábbi P polinomnak az $x_0 = -2$ szám gyöke. Emeljük ki P-ből a -2-höz tartozó gyöktényezőt!

$$P(x) = 3x^4 + 5x^3 - x - 10$$

3. *(7 pont)* Határozzunk meg egy olyan $N \in \mathbb{N}$ számot, amelyre fennáll, hogy

$$\forall\, n \in \mathbb{N},\, n \geq N: \quad \frac{2n^4 - 3n^3 - 5n^2 + 2n + 3}{3n^2 + 8n + 5} > 100$$

4. *(6 pont)* Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^+: \qquad \sum_{k=1}^{n} k \cdot k! < (n+1)!$$

5. *(8 pont)* Az $m \in \mathbb{R}$ paraméter mely értékei esetén lesz a

$$(4-m)x^2 - 3x + m + 4$$

kifejezés értéke minden valós x-re pozitív?

6. *(7 pont)* Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(5 - x^2) + 1 > 0$$

7. *(7 pont)* Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2 \cdot \sin 2x$$

8. *(7 pont)* Egy téglalap egyik oldalához kifelé az illető oldallal azonos sugarú negyedkört "ragasztunk". Határozzuk meg az így keletkező, 10 m kerületű síkidomok közül a legnagyobb területűt (válaszként a téglalap oldalait adjuk meg)!

9. *(6 pont)* Vizsgáljuk meg monotonitás és korlátosság szempontjából az alábbi sorozatot:

$$x_n = \frac{5n+1}{3n+2} \qquad (n \in \mathbb{N}^+)$$