

Név:, EHA

Csoport száma és a gyak.vez. neve:

Pontszám:

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapozás 1. zárthelyi
2010. november 2.*

1. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert! Írjuk fel a megoldáshalmazt!

$$\begin{aligned}x + 3y - z &= 2 \\x + y + 5z &= -14 \\2x + 5y + z &= -4\end{aligned}$$

2. (6 pont) Adottak az $a = (4; -3)$, $b = (-1; 1)$ és $c = (1; 2)$ vektorok. Számítsuk ki:

$$(ac) \cdot a - 3|a| \cdot b - \frac{2ab}{|b|^2} \cdot c$$

3. (8 pont)

a) Igazoljuk, hogy

$$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N : \frac{4n^3 + 5n^2 + 3n + 7}{n^4 + 4n + 5} < \frac{1}{100}$$

Adjunk is meg egy ilyen N -et!

b) Írjuk fel az a) pontbeli állítás tagadását!

4. (6 pont) Igazoljuk, hogy az $x_0 = 3$ szám gyöke a

$$P(x) = 4x^3 - 11x^2 + 2x - 15$$

polinomnak, majd emeljük ki P -ből a 3-hoz tartozó gyöktényezőt!

5. (7 pont) Adott $a \neq 1$, $a \neq -1$ valós számok esetén hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést:

$$\left(\frac{2a}{a+1} + \frac{2}{a-1} + \frac{4a}{a^2-1} \right) \cdot \left(\frac{2a}{a+1} + \frac{2}{a-1} - \frac{4a}{a^2-1} \right)$$

6. (7 pont) Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall n \in \mathbb{N}^+ : \sum_{k=1}^n (k+1)(3k-4) = n(n^2 + n - 4)$$

7. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}$$