9. óra

# Logaritmusos egyenletek és egyenlőtlenségek

## Graph showing a logarithm curves, which crosses the x-axis where x is 1 and extend towards minus infinity along the y-axis.Logaritmus

logab=c ⇒ ac=b Az a kitevő, amire a-t emelve b-t kapunk.

Ábrázolva: x tengelyt 1-ben metszi, csak pozitív valósakra van értelmezve, az exponenciális függvény inverze.

### Példák

log3 9 = 2

log2 1/8 = -3

## Szorzat logaritmusa

loga b\*c=loga b + loga c

loga b/c = loga b - loga c

loga b ^k=k\*loga b

### Bizonyítás

bc=bc

a^loga b \* a ^loga c = a^loga bc

a^(loga b + loga c) = a ^ loga bc

Milyen a-ra igaz? Ha a 1 akkor nem. a≠1 a>0

## Logaritmusváltás: Hogy kell áttérni egyik alapú logaritmusról a másikra.

log4 16 = 2 = log2 16 x / log2 4 = 4/2=2

log4 x = log2 x / log 2 4

## 7.2.6a

log5 x=-1 x=5^-1 = 1/5

0 és 1/5 között ≤, 1/5 fölött ≥-1

## 7.2.6b

log 1/3 x = -2

1/3 ^ -2 = 9

log 1/3 x < -2, ha x>9

log 1/3 x > -2, ha 0<x<9

## 7.2.7a

lg=log10

ln= loge

log3 (log2 (lg 2x))=0  
2x>0; lg 2x > 0; log2 (lg 2x) > 0 ⇒ x>0, x>1  
log2 (lg 2x) = 3^0  
log2 (lg 2x) = 1  
lg 2x = 2^1  
2x = 10^2  
x=50

Ell: log3 ( log2 ( log 10 100))) = log3 ( log2 (2))) = log3 1 = 0

## 7.2.7b

log 25 ( 1/5 log3 (2-log ½ x )) = -1/2

1/5 log3 (2-log ½ x) = 25 ^ -1/2 = 1/5 ezzel egyszerűsítünk

2- log ½ x = 3^1

-1 = log ½ x

x=2

Ell: …

## 7.2.7c

log3 (x+1) + log3 (x+10) = 2 log3(4,5) -4

Értelmezési tartomány: (előbbieket is érdemes lett volna vizsgálni)  
x+1>0 x>-1  
x+10>0  
x>-10  
⇒ x>-1

log3 (x+1) + log3 (x+10) - log3(4,5^2) = -4

log3 (x+1) + log3 (x+10) - log3(81/4) = -4

log3 (x+1) / (x+10)\*81/4 = -4

(x+1) / (x+10)\*81/4 = 4^-4 = 1/81

x+1 = 1/81 \* (x+10)\*81/4

x+1 = (x+10) / 4

4x+4 = x+10

3x=6

x=2

Ell: ÉT-ben benne van, behelyettesítés ijön.

log3 (x+1) + log3 (x+10) - log3(4,5^2) +4 = 0

log3 3 - log3 12 - 2 log3 4,5 + 4 = 1 -1 - 2log3 2 - 2 log3 9 - 2 log3 2 +4 = kiesenek a log2-k = 1-1-4+4=0 tehát jó

## 7.2.7d

log2(x-2) + log2(x+3)=1+2log4(3)

log2(x-2) + log2(x+3)=1+2log2(3)/log2(4)

log2(x-2) + log2(x+3)=1+2log2(3)/2

log2(x-2) + log2(x+3)=1+log2(3)

log2(x-2)(x+3) = 1+log2(3)

log2(x-2)(x+3)-log2(3)=1

log2(x-2)(x+3) / 3 = 1

(x-2)(x+3)/3=2^1=2

(x-2)(x+3)=6

x2+x-6=6

x2+x-12=0

ÉT ellenőrzés: x>2, x>-3 ⇒ x>2

Tehát x1 megfelel.

Ellenőrzés: …

## 7.2.7e

log32 2x - log8 4 + log2 x = 3

Térjünk át 2-es alapú logaritmusra!

log2 2x / log2 32

- log2 4x / log2 8

+log2 x

=3

log2 2x/5 - log2 4x /3 + log2 x = 3 szorozzunk be 15-tel

3log2(2x) - 5log2(4x) + 15log2(x) = 45

3log2(2)+log2(x) - 5log2(4)-log2(x)+15log2(x) = 45

3 + 3log2(x) - 10 - 5log2(x) + 15log2(x)=45

13log2(x) = 45 + 7 = 52

log2(x)=4

x=16

Ell jó.

## 7.2.7f

logx(8) - 4logx(8) = log2x(16)

ÉT: x≠1, ¼, ½ , x>0

log2 8 / log2 x

-log2 8 / log2 4x

=log2 16 / log2 2x

Beszorzunk y(2+y)(1+y)-nal…

4y2+2y+6=0

2y2+y+3=0

y-okból log2(x)-et csinálunk:

A megoldás 1/√8 vagy 2

## 7.2.7i

A tört pozitív kell legyen.

3x-1≠0 x 1/3 és 3 között kell legyen.

Az egyenlet akkor >0, ha ≤, mint 1.

Nevezővel beszorzunk, stb.

1≤x<3 x∈[1,3)