4. óra

# Kijelentések és Kvantorok

5>4 állítás igaz

10≥25 állítás hamis

x+3≤5 x∈ℝ nyitott állítás, konkrét x-ekre el tudom dönteni. Pl.: x=1 esetén igaz, x=8 esetén hamis.

x2+y2>1 nyitott állítás, két változótól is függ az értéke. x2+y2=1 egységkörön kívüli x-ekre igaz (???)

## Igazsághalmaz

Azoknak az értékeknek a halmaza, amire igaz a kijelentés.

## Kvantor

∀ minden (univerzális)
∃ létezik (egzisztenciális)

∀x∈ℝ: x2+1>0 zárt igaz állítás, mert nincs szabad változó és minden x-re teljesül.

∀x∈ℝ: x+3≤5 hamis, mert x=3 nem teljesíti.

∃ x∈ℝ: x-3≤5 igaz, mert x=1 teljesíti.

∀x,y∈ℝ2:x2+y2<1 hamis, mert x=8 y=4 nem teljesíti. (Minden pont az egységkörön belül van.)

∀y∈ℝ:x2+y2>1 nyitott, mert x nincs lekötve. Pl.: x=0-ra hamis, x=2-re igaz.

∃x∈ℝ ∀y∈ℝ:x2+y2>1 zárt, igaz (Van olyan függőleges egyenes, amelynek minden pontja az egységkörön kívül van.)

## Tagadás

x+3≤5 tagadása x+3≥5

∀x∈ℝ: x+3≤5 tagadása ∃x∈ℝ: x+3>5

∃x∈ℝ ∀y∈ℝ:x2+y2>1 tagadása ∀x∈ℝ ∃y∈ℝ:x2+y2<1 (Minden egyenesnek van olyan pontja, ami benne van az egységkörben.)

Megfordítjuk a kvantorokat és az állításokat.

## Nem cserélgethető

Fiúk halmaza F lányok halmaza L B(f,l) barátnője.

∀f ∃l B(f,l): minden fiúhoz van lány, aki barátnője neki.

Megcserélve: ∃l ∀f: B(f,l) Van olyan lány, akinek minden fiú barátnője. (LOL)

## Implikáció

⇒

A(x) B(x)

A(x) ⇒ B(x) vagyis A⊆B ∀x A(x)⇒B(x)

Szükséges vs. elégséges feltétel.

x>3 ⇒ x>1 igaz

## Ekvivalencia

⇔

A(x)⇔B(x)

x2>0 ⇔ x≠0

## Feladatok

### 4.2.1.1.ii 1/(n+5)<0,03

a: 1000, 995

b: 1, 2

c: fejezzük ki n-t!
100<3(n+5)
85<3n
n>28+1/3
n={29, 30, 31 …}

d: ∀n∈ℕ: 1/(n+5)<0,03 hamis, ellenpélda: n=1
tagadása: ∃n∈ℕ: 1/(n+5)>0,03 igaz

e: ∃n∈ℕ: 1/(n+5)<0,03 igaz, pl 1000
tagadása: ∀n∈ℕ: 1/(n+5)>0,03 hamis

## Latex

Matekot könnyebb benne jegyzetelni!

## Feladatok folyt.

### 4.2.1.1.iii x2+x-1=0 x∈ℝ

a: x1=(-1+√5)/2 x2=(-1-√5)/2

b: minden ami nem x1 vagy x0. Pl: 0-ra: -1

c: {x1,x2}

d: ∀x∈ℝ: x2+x-1=0 hamis, ellenpélda: -1

e: ∀x∈ℝ: x2+x-1=0 igaz, példa: x1

### 4.2.1.2

a: ∀x∈ℕ+:1/n<1/100 hamis, mert ellenpélda: 1
tagadása ∃x∈ℕ+:1/n>1/100 igaz

b: ∃x∈ℕ+:1/n<1/100 igaz, példa: 101
tagadása ∀ x∈ℕ+:1/n>1/100 hamis

## Konvergencia, határérték

Analízis 1 anyaga

## Feladatok folyt.

### 4.2.1.2

c: ∀n≥N: 1/n<0.01 N∈ℕ+ nyitott, N miatt. igaz N=1000 esetén, hamis N=1 esetén.

d: ∃N∈ℕ+ ∀n≥N: 1/n<0.01 Legkisebb N, amin igaz: 101

### 4.2.1.3

∃n… ∀n… ∃n∀k:k>n…

## NRA NRF nagyságrendőrző becslések

Egy nála kisebb sorozatot megnézünk…

## Feladatok folyt.

### 4.2.1.4

a: ∃n∈ℕ:∀n≥N: n4-35n3-15n2+13n+10>2000 tagadása: ∀n∈ℕ: ∃n≥N: n4-35n3-15n2+13n+10<2000
Tudjuk, hogy nőni fog, tehát igaz. (Tagadása hamis, ellenpélda: n=1.)
n4-35n3-15n2+(biztosan nagyobb 0-nál)≥n4-35n3-15n2≥ n4-1/4n4…

$$∃N\in N+:∀n>N:\frac{2n^{3}+3}{n^{5}-3n^{4}-7n^{3}+2n^{2}-10n+1}<\frac{1}{20} (=0,05)$$

$\frac{2n^{3}+3}{n^{5}-3n^{4}-7n^{3}+2n^{2}-10n+1}$-nél nagyobb: $\frac{3n^{3}}{n^{5}-3n^{4}-7n^{3}-10n}$

Mikor kisebb $3n^{4}$, mint $\frac{1}{4}n^{5}$…