3. óra

# Egyszerűsítés

## Algebrai és gyökös kifejezések azonosságai

(a+b)2=a2+2ab+b2  
(a-b)2=a2-2ab+b2  
(a+b)3=a3+3a2b+3ab2+b3  
(a-b)3=a3-3a2b+3ab2-b3  
a2-b2=(a+b)(a-b)  
a3+b3=(a+b)(a2-2ab+b2)  
a3-b3=(a+b)(a2+2ab+b2)  
an-bn=(a-b)(an-1+an-2b+an-3b1+…+a2bn-3+abn-2+bn-1) TODO double check

## Azonosságok igazolása

3.2.1.1

a,b∈ ℝ a2+ab+b2=3((a+b)/2)2+((a-b)/2)2

Kitérő: Jobboldal: politika, Jobb oldal: minden más.

Jobb oldal=¼(3(a2+2ab+b2)+(a2-2ab+b2))=1/4(4a2+4ab+4b2)=a2+ab+b2=bal oldal

a3-b3=? a-b=2 a+b=√5; a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2)=9,5 (TODO?)

Laptopon nehéz emeletes törtekkel dolgozni :s

(a2-b2)(a2+b2)=a4-b4

3.2.1.2.b 0/a4-b4=0

3.2.1.2.c Bal oldal közös nevező: abc(a-b)(c-a)(b-c)

Bal oldal számláló: bc(b-c)+ac(c-a)+ab(a-b)=b2c-bc2+ac2-a2c+ab2-a2b

Jobb oldal nevezőt bővítjük: abc(a-b)(c-a)(b-c)

Jobb oldal számláló lesz: -(a-b)(c-a)(b-c)=-abc+ac2+a2b-a2c+b2c-bc2-ab2+abc

Kiesik az abc, marad u.a, mint a jobb oldal.

## Azonosság feltétellel

3.2.1.4.a a,b,c ∈ ℝ a+b+c=0  
a3 + a2c - abc + b2c + b3 = 0  
Ötlet: fejezzük ki c-t! c=-a-b Kijön, hogy 0=0

Alakítsuk szorzattá, ahol az egyik tényező (a+b+c)! (a+b+c)(a2-ab+b2)=0 Kijön.

a3+b3-ből legyen szorzat, a maradékból emeljünk ki c-t: a3+b3+c(a2-ab+b2)=(a+b)(a2-ab+b2)+c(a2-ab+b2)=(a2-ab+b2)(a+b+c)=0 Kijön.

3.2.1.4.b a+b+c=0, a3+b3+c3=3abc

Emeljük (a+b+c)-t köbre!  
(a+b+c)(a+b+c)(a+b+c)=  
aaa+aab+aac+  
aba+abb+abc+  
aca+acb+acc+  
baa+bab+bac+  
bba+bbb+bbc+  
bca+bcb+bcc+  
caa+cab+cac+  
cba+cbb+cbc+  
cca+ccb+ccc=  
a3+a2b+a2c+  
a2b+ab2+abc+  
a2c+abc+ac2+  
a2b+ab2+abc+  
ab2+b3+b2c+  
abc+b2c+bc2+  
abc+TODO bef.

(a+b+c)(ab+ac+bc)=a2b+a2c+abc+ab2+abc+b2c+abc+ac2+bc2=3abc+ a2b+a2c+ab2 +b2c+ac2+bc2

a3+b3+c3+3(a+b+c)(ab+ac+bc)-3abc=a3+b3+c3-3abc=0

## Polinomból gyöktényező kiemelése

P(x)=(x-α)Q(x) ⇔P(α)=0

3.2.1.9.a x0=2 | 3x2-7x+2  
12-14+2=0 0=0  
3x2+7x+2=(x-2)(3x-1)

2x3-4x2-18=(x-3)(2x2+2x+6)

Csak akkor emelhető ki, ha tényleg gyöke.

3.2.1.10.a k=-15 | (x+3)(2x-5)