2. óra

Vektorok, skalárszorzat, szögek, polinomok becslése.

## Vektorok

Jele: kis betű: a, b, c, stb

3a: számmal szorzás  
ab: skalár szorzás (eredmény valós szám lesz)  
(ab)c: skaláris szorzat az szám, számmal szorozzuk a c-t, tehát az eredmény vektor.

## Vektorok ábrázolása és adatai

(összegek, skalárszorzatok, elforgatások, hajlásszögek, paralelogramma szabály)

a(1,-1); b(2,1); c(-5,3); d(0,6); e(-3,0)

a(2,1); b(-4,3); c(5,-2).

a+c=2+5,1-2 = (7,-1).  
a-b=2+4,1-3=(6,-2).  
a+b+c=2-4+5,1+3-2=(3,2).  
c-a+b=5-2-4,-2-1+3=(-1,0).  
2a-b+3c=4+4+15,2-3-6=(23,-7).  
Ezek mind lineáris kombinációk.  
|a|=√(2\*2+1\*1)=√5  
|4a+3b|=|(8,4)+(-12,9)|=(-4,13)=√(16+169)=√185  
ab=a1b1+a2b2=-5  
Vektor hossza skaláris szorzatból

Önmagával vett skaláris szorzatból gyökvonással: |a|=√(aa)

## Mekkora szöget zár be 2 vektor egymással

α(a,b)=ab=|a|\*|b|\*cosα  
-5=√5\*|b|\*cosα  
|b|=√(4\*4+3\*3)=5  
-5=√5\*5\*cosα  
cosα=-1/√5≈110°

(ac)b=(2\*5,1\*-2)\*(-4,3)=(-32,24)

(-2,5)+90° elforgatása (+ az óramutató járásával ellentétes irány) megcseréljük x,y-t (y,x) és előjelet cserélünk az elsőn. (2,5)

(-2,5)-90° elforgatása (- az óramutató járásával megegyező irány) megcseréljük x,y-t (y,x) és előjelet cserélünk a másodikon. (-2,-5)

## Vektor felbontása párhuzamos és merőleges komponensekre

Adott a, u vektorok, u≠0

am=a-ap

Igazoljuk, hogy ap || u:

Igazoljuk, hogy am merőleges u Merőlegesek, ha skaláris szorzatuk 0. amu=0

Igazoljuk, hogy ap+am=a mert: ap+(a-ap)=a

a(5,-4) u(3,1)  
 = 11/10\*(3,1)  
am=a-ap = (5,-4)-11/10\*(3,1)=0.1\*(1,-3)

Ell: Ha skalár szorzatuk (am\*u) =0, akkor jó. 0.1\*(1,-3)\*(3,1)= 0.1\*(1\*3-3\*1)=0

## Polinom

(Monom: 4x3)

f(x)=3x2-4x+2  
főegyüttható: 3  
P(x) ax2+bx+c helyett: anxn + an-1xn-1…a1x1+a0x0

Nagyságrendőrző alsó (NRA) és felső (NRF) becslés:

m\*xn≤P(x)≤M\*xn  
x>R∈ℝ

NRF becslés P(x)=4x5-3x4-2x2-5 polinomra:  
Mindig pozitív számot vonunk le. 4x5-ből, tehát a polinom ≤ 4x5 és M=4

NRF P(x)=2x3-3x2+6x+7 polinomra:  
-3x2+6x+7≤x3 x>R M=3

NRA P(x)=6x5+7x4+10x3+x2+2x+3 polinomra:  
Negyedfokú polinom van hozzáadva, vizsgáljunk x>0 R=0 értékeket, tehát P(x) ≥6x5 m=6

NRA P(x)=2x3-3x2+6x+7 polinomra:  
a levont érték ≤x3 x>R tehát P(x) ≥ 2x3-x3=x3 m=1

NRF becslés P(x)=4x5-3x4-2x2-5 polinomra:  
≤x5 x>R tehát P(x)≥4x5-x5=3x5 m=3

Tehát a korlátok: 4,3; 3,1; és 7,6.

## Két polinom elosztása egymással majd NRA és NRF becslése

Számláló helyett nagyobbat, és a nevező helyett kisebbet kell mondani.

M1/m2\*x2 M1=4, m2=4, tehát 1x2 x>max(R1,R2)