11. óra

# Függvények

## Elméleti áttekintés

f∈ℝ→ℝ

Domain(f)∈ℝ (értelmezési tartomány, D)

Range(f)∈ℝ (értékkészlet,, R)

D→R

f:{halmaz}→{másik halmaz}

## 9.1b D(f)=?

Aminek a logaritmusát vesszük, annak pozitívnak kell lennie. $x^{2}-5x+7>0$

Aminek gyökét vesszük, nem lehet negatív (ℂ-ben lehetne, de mi most ℝ-ben dolgozunk.)

lg(..)≥0 ⇒$x^{2}-5x+7\geq 1$

Elég a második egyenlőtlenséget vizsgálni, mert szigorúbb az elsőnél.

$$x^{2}-5x+7\geq 1$$

$$x^{2}-5x+6\geq 0$$

$$x=\frac{5\pm \sqrt{25-4\*1\*6}}{2}=\frac{5\pm \sqrt{25-24}}{2}⇒x1=3; x2=2$$

Ábrázoljuk, felfelé nyíló parabola, 2 alatt és 3 felett lesz pozitív. (-∞,2]∪ [3,∞)

## 9.2a R(f)=?

$$f\left(x\right)=x^{2}+6x+5 \left(x\in R\right)$$

Parabola lesz, minimumát kell kiszámolni.

$$\left(x-3\right)^{2}-9+5=\left(x-3\right)^{2}-4$$

Minimuma x=3 pontban y=-4 lesz.

R(f)=[-4,∞)

## 9.2b R(f)=?

$$f\left(x\right)=x^{2}+6x+5 \left(x\in [-1;6]\right)$$

Ugyan az a parabola lesz, -1-ben és 6-ban felvett értékét kell kiszámolni. A kettő közül a nagyobbat kell venni.

1+6+5=12

36-36+5=5 (Mindkét alakból kijön.)

R(f)=[-4,12]

## Invertálhatóság

(Injektív) Range-ből egyértelműen tudunk nyilat húzni Domain-be

∀y∈Range(f) ∃!x∈Domain(f): f(x)=y

Másképpen: x1,x2∈Domain(f), f(x1)=f(x2)⇒x1=x2

## 9.4

$$f\left(x\right)=\frac{x+1}{x-2};x\in (2,\infty )$$

$$f^{-1}=?$$

$$y=\frac{\left(x-2\right)+3}{x-2}=1+\frac{3}{x-2}$$

$$y=1+\frac{3}{x-2}$$

$$\frac{3}{x-2}=y-1$$

$$\frac{3}{y-1}=x-2$$

$$x=\frac{3}{y-1}+2$$

Invertálható.

$$x=\frac{3}{y-1}+\frac{2\left(y-1\right)}{y-1}$$

$$x=\frac{3+2y-2}{y-1}$$

$$x=\frac{2y+1}{y-1}$$

### Másképp

táblán

## 9.6 $x^{2}–4x+3$

Ábrázoljuk!

Nem invertálható, mert egy értéket két helyen is felvesz.

2≤x esetén invertálható.

$$y=\left(x-2\right)^{2}+1$$

$$y-1=\left(x-2\right)^{2}$$

$$x-2=\sqrt{y-1}$$

$$x=2+\sqrt{y-1}$$

4<x esetén is invertálható.

f(4)=5

f-1(5)=4

## Biztosan invertálható függvények

Szigorúan monoton nő/csökken

## Biztosan nem invertálható függvények

Van két olyan pont, ahol ugyanazt az értéket veszi fel.

Periodikus.

## 9

Egy fal "ingyen van" jelöljük b-vel.

K=2a+b=24

b=24-2a

T=ab

max(T)=?

x(24-2x)

Szélsőérték 6-nál.

Azonos kerületű téglalapok közül a legnagyobb területű a négyzet.

## 10

$$y=-\frac{2}{3}x+10$$

$$T\left(x\right)=x\left(-\frac{2}{3}x+10\right)=-\frac{2}{3}\left(x^{2}-15x\right)$$

(…) Szélsőérték (maximum): x=7,5, y=75/2

## Tanár úr kedvenc szélsőértékes feladata

Dobozhajtogatás. (lapon)

$$4x^{3}-4x^{2}+x$$

## Jön még

Sorozatok, utána kedden ZH