

LINEÁRIS ALGEBRA (A, B, C) tematika (BSc)
I. éves nappali programtervező informatikus hallgatóknak
2011-2012. évi tanév I. félév

Összeadás és valós számmal való szorzás \mathbb{R}^n -ben, altér \mathbb{R}^n -ben. Lineáris kombináció. Lineárisan összefüggő ill. lineárisan független vektorrendszerek. Bázis \mathbb{R}^n altereiben, bázis lineáris kombinációi. Elemi bázistranszformáció. Vektorok koordinátái adott bázisban. Az elemi bázistranszformáció táblázatai. Lineáris függés, lineáris kombinációk altere. Altérak metszete, vektorrendszer által generált altér, kapcsolat lineáris kombinációk alterével. Generátorrendszer, altérak által generált altér. Bázis kiválasztása véges generátorrendszerből. Kicserélési tétel, dimenzió. \mathbb{R}^n adott dimenziójú alteréből vett véges vektorrendszerek vizsgálata lineáris függetlenség ill. generálás szempontjából, lineárisan független rendszer kiegészítése bázissá. Vektorrendszer rangja. Lineáris egyenletrendszer megoldhatóságának eldöntése, egy megoldás keresése, megoldásszám meghatározása elemi bázistranszformációval.

Mátrixok. Mátrixok összeadása és skalárral való szorzása, $\mathbb{R}^{m \times n}$. Mátrixok szorzása, műveleti tulajdonságok, egységmátrix. Mátrix transzponáltja, műveleti tulajdonságai. Mátrixok partícionálása, műveletek blokkokra bontott mátrixokkal. Lineáris egyenletrendszer mátrix alakja. Lineáris egyenletrendszer általános megoldásának numerikus meghatározása. Mátrix rangja. $AX = B$, $YC = D$ alakú mátrixegyenletek vizsgálata: megoldhatóság feltétele. Mátrix bal oldali inverze, jobb oldali inverze, négyzetes mátrix inverze, numerikus meghatározása. Speciális mátrixok. C feletti mátrixok. Mátrix adjungáltja. Rangtartó átalakítások.

Vektoriális szorzat, vegyes szorzat, tulajdonságaik (biz. nélkül). Permutációk inverziói. Determináns, alapvető tulajdonságai. Négyzetes mátrix determinánsának meghatározása elemi bázistranszformációval. Négyzetes mátrix rangjának, inverze létezésének és determinánsának kapcsolata. Kifejtési tétel. Cramer-szabály (biz. nélkül). Vandermonde-determináns. Rang és $\neq 0$ determinánsú négyzetes részmatrixok kapcsolata. Determinánsfeltétel homogén lineáris egyenletrendszer nemtriviális megoldásának létezésére. Szorzástétel.

\mathbb{R} felett hasonló mátrixok, \mathbb{R} felett diagonalizálható mátrixok. Mátrix jobb oldali ill. bal oldali sajátvektorai, sajátértékei. SB keresése, SB és diagonalizálhatóság. Sajátaltérak. Mátrix karakterisztikus polinomja. Hasonló mátrixok karakterisztikus polinomja.

Valós és komplex euklideszi terek, példák. Euklideszi norma. Cauchy-egyenlőtlenség. Schmidt-féle ortogonalizációs eljárás.

Valós szimmetrikus mátrixok, általuk meghatározott kvadratikus alak definitisége, a különböző sajátaltérak ortogonalitása.

Lineáris leképezések, megadásuk (egyértelmű kiterjesztési tétel). Lineáris leképezés mátrixa adott bázisban. $\text{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$. Lineáris leképezések szorzása. Képtér, magtér. Lineáris transzformációk, mátrixuk adott bázisban. Sajátvektor, sajátérték. Karakterisztikus polinom. Különböző sajátértékű sajátvektorok függetlensége, elégséges feltétel SB létezésére. Izomorfizmus és dimenzió. Képtér, magtér, rang és defektus kapcsolata (dimenzióösszefüggés). Szorzat mátrixa. Lineáris transzformáció mátrixának változása új bázisra való áttéréskor.

Bilineáris alakok.